

Géométrie repérée - Plan de travail

2nd – Janvier 2022

Dans cette séquence, nous traiterons de géométrie repérée. Cette géométrie a pour particularité utiliser les coordonnées des points et le calcul pour résoudre des problèmes de géométrie.

Savoir-faire de la séquence

- Manipuler les coordonnées de points sur un plan.
- Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.
- Calculer la longueur d'un segment.
- Représenter les droites comme un ensemble de points.

1 Coordonnées du milieu

- Exercice 1: Milieu d'un segment
- Exercice 2: Calculer le milieu d'un segment
- Exercice 3: Exercice technique
- Exercice 4: Exercice technique

2 Distance entre deux points

- Exercice 5: Distance sur une droite
- Exercice 7: Distance entre deux points
- Exercice 9: Exercice technique
- Exercice 10: Quadrilatère

3 Problèmes de géométrie repérée

- Exercice 11: BEAU triangle
- Exercice 12: Presque

4 Ensemble de points

- Exercice 13: Ensemble de points
- Exercice 14: Décrire un ensemble
- Exercice 15: Ensemble $y = 2x$
- Exercice 16: Ensemble $y = -x$

Exercice 1

Milieu d'un segment

On définit les points suivants

$$A = (2, 4) \quad | \quad B = (-1, 4) \quad | \quad C = (2, -1) \quad | \quad D = (0, 3) \quad | \quad E = (-2, -3)$$

1. Tracer un repère orthonormé et y placer les points.
2. Déterminer les coordonnées des points suivants

$$(a) W \text{ milieu de } [AB] \quad | \quad (b) X \text{ milieu de } [AC] \quad | \quad (c) Y \text{ milieu de } [AD] \quad | \quad (d) Z \text{ milieu de } [BE]$$

3. Proposer une méthode pour déterminer les coordonnées du milieu d'un segment avoir à faire un dessin.
4. Appliquer cette méthode pour déterminer les coordonnées du milieu du segment $[MN]$ où $M(456, 289)$ et $N(251, -20)$.

Exercice 2 Groupe

Calculer le milieu d'un segment

En groupe, écrire expliquer votre méthode pour déterminer les coordonnées du milieu d'un segment en connaissant les coordonnées de ses extrémités. Vous illustrerez votre méthode en traitant un exemple que vous vérifierez avec un dessin.

Exercice 3

Exercice technique

On définit les points suivants

$$A = (2; 6) \quad | \quad B = (-4; 0) \quad | \quad C = (0; 3) \quad | \quad D = (-2; -2) \quad | \quad E = (23; 95)$$

Calculer les coordonnées du milieu des segments suivants

1. $[AB]$ | 2. $[CD]$ | 3. $[AD]$ | 4. $[DC]$ | 5. $[EA]$ | 6. $[EB]$

Exercice 4

Exercice technique

On considère les points $E(1; -1)$, $F(5; 3)$, $C(3; 1)$ et $H(1; 3)$.

1. Construire un repère puis y placer les points.
2. Démontrer que C est le milieu du segment $[EF]$.
3. Quelles sont les coordonnées du point G tel que C soit le milieu de $[HG]$?
4. Quelle est la nature du quadrilatère $EGFH$?

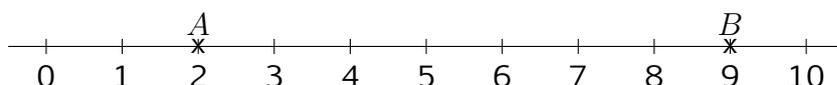
Exercice 5

Distance sur une droite

On considère une droite munie d'un repère et deux points A et B de cette droite.

Comme la droite est munie d'un repère, on peut considérer les abscisses x_A et x_B de ces deux points.

1. Dans cette question, on suppose que $x_A = 2$ et $x_B = 9$.



Proposer une formule utilisant x_A et x_B pour calculer la distance AB .

2. Même question pour $x_A = 58$ et $x_B = 9$.
3. Même question pour $x_A = 3$ et $x_B = -2$.
4. On suppose que x_A et x_B peuvent prendre n'importe quelle valeur. Déterminer une façon de calculer la distance AB en utilisant x_A et x_B .

Exercice 6

Distance sur une droite - bilan

Faire le bilan des méthodes trouvées dans l'exercice précédent puis rédiger en groupe une méthode commune pour calculer la distance entre deux points placés sur l'axe des abscisses.

Exercice 7

Distance entre deux points

On définit les points suivants

$$A = (1, 1) \quad | \quad B = (-1, 1) \quad | \quad C = (2, 4) \quad | \quad D = (-1, 3) \quad | \quad E = (2, -1)$$

1. Tracer un repère orthonormé et y placer les points.
2. Calculer les distances suivantes

$$(a) AB \quad | \quad (b) BD \quad | \quad (c) DE$$

3. On souhaite calculer la longueur AC

- (a) On note P le projeté orthogonal de C sur la droite (AB) . Placer ce point.
- (b) Quelle est la nature du triangle APC ?
- (c) Calculer les longueurs AP et CP .
- (d) En déduire la longueur AC .

4. En utilisant le même procédé, calculer les distances

$$(a) BC \quad | \quad (b) EA \quad | \quad (c) DA$$

Exercice 8

Distance entre deux points - bilan

Proposer une formule pour calculer la distance entre deux points du plan. Vous illustrerez la formule avec un dessin et vous l'appliquerez à un exemple de votre choix.

Exercice 9

Exercice technique

Soit les points $M(3; -2)$, $N(-2; -3)$ et $P(-4; 3)$.

1. Placer ces points dans un repère.
2. Calculer les distances MN , MP et NP .
3. Le triangle MNP est-il rectangle ?

Exercice 10

Quadrilatère

On considère les points $A(1; 2)$, $B(-6; 3)$, $C(6; 7)$ et $D(-1; 8)$.
Déterminer la nature du quadrilatère $BACD$.

Exercice 11

BEAU triangle

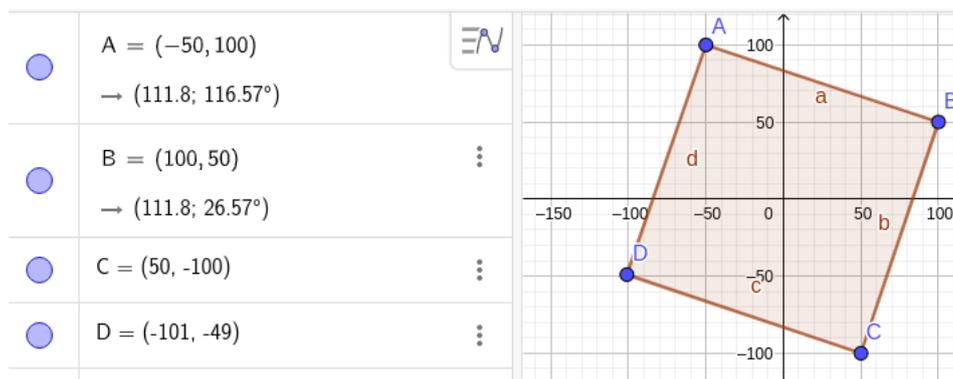
Soit $B(3; 2)$, $E(-1; -2)$, $A(-3; 0)$ et $U(1; 4)$ quatre points du plan.

1. Calculer les coordonnées du milieu de $[BA]$
2. Calculer les coordonnées du milieu de $[EU]$
3. Déterminer la nature du triangle BEA .
4. En déduire que $BEAU$ est un rectangle.

Exercice 12

Presque

On a tracer la figure ci-dessous avec géogébra.



- Démontrer que $AC = \sqrt{50\,000}$
- Le triangle ABC est-il rectangle?
- Le triangle ACD est-il rectangle?
- Peut-on affirmer que $ABCD$ est un carré?

Exercice 13

Ensemble de points

- Tracer un repère orthonormé.
- Représenter sur le repère les ensembles suivants
 - L'ensemble (a) constitué des points dont l'abscisse vaut 2.
 - L'ensemble des points dont l'ordonnée vaut 3, on l'appelle (b)
 - $(c) = \{\text{points dont l'abscisse vaut } -2\}$
 - $(d) = \{\text{points dont l'ordonnée vaut } 0\}$
 - L'ensemble (e) des points dont l'ordonnée est égal à l'abscisse.
- À quels ensembles appartiennent les points suivants :

$$U(2, 4)$$

$$V(0, 4)$$

$$W(-2, -2)$$

$$X(2, 2)$$

Exercice 14

Décrire un ensemble

Soit un M un point du plan quelconque. On note (x, y) ses coordonnées.

- À quelle condition sur x et y , le point M est un point de la droite (a) ?
- Même question pour les ensembles (b) , (c) , (d) et (e) .

Exercice 15

Ensemble $y = 2x$

On note (a) l'ensemble des points tel que $y = 2x$. Cette ensemble est une droite.

- Lesquels des points suivants sont dans cet ensemble.

$$U(2, 4)$$

$$V(1, -1)$$

$$W(-1, -2)$$

$$X(0, 0)$$

- Placer les points qui sont dans cet ensemble dans un repère puis tracer la droite (a) .

Exercice 16

Ensemble $y = -x$

On note (b) l'ensemble des points tel que $y = -x$. Cette ensemble est une droite.

- Lesquels des points suivants sont dans cet ensemble.

$$U(2, 4)$$

$$V(1, -1)$$

$$W(-1, -2)$$

$$X(0, 0)$$

- Placer les points qui sont dans cet ensemble dans un repère puis tracer la droite (b) .