Vecteur et coordonnées - Cours

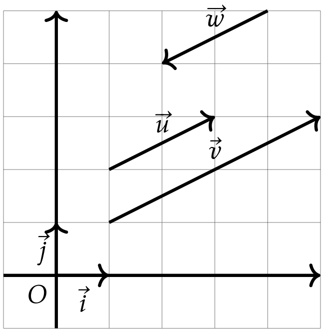
– avril 2022

4 Colinéarité et déterminant

Définition : Colinéarité

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls.

S'il existe un nombre k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$ on dira alors que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires**.



Exemples

- Dans l'illustration précédentes, $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires car
- $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -10 \\ -25 \end{pmatrix}$ sont colinéaires car
- $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 4 \\ 15 \end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires car

Définition : Déterminant

On appelle **déterminant** des vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x_u \\ y_u \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x_v \\ y_v \end{pmatrix}$ le nombre

$$det(\vec{u}, \vec{v}) = x_u \times y_v - x_v \times y_u$$

Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si $det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$.

Propriété : Parallélisme

Deux droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Exemple : Soient $A(0; 0)$, $B(1; 1)$, $C(3; 5)$ et $D(5; 7)$. Démontrer que les droites (AB) et (AC) sont parallèles.

Propriété : Allignement

Trois points A, B et C sont alignés si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

Exemple : Soient $A(4; 2)$, $B(10; -5)$ et $C(-8; 16)$. Démontrer que A, B et C sont alignés.

À faire au crayon à papier : compléter les explications