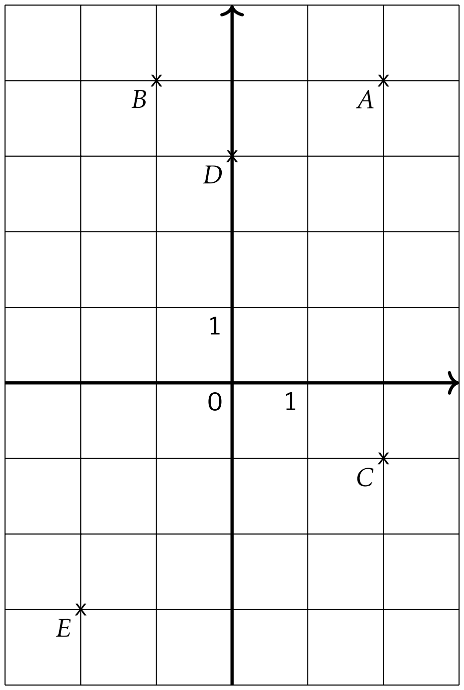
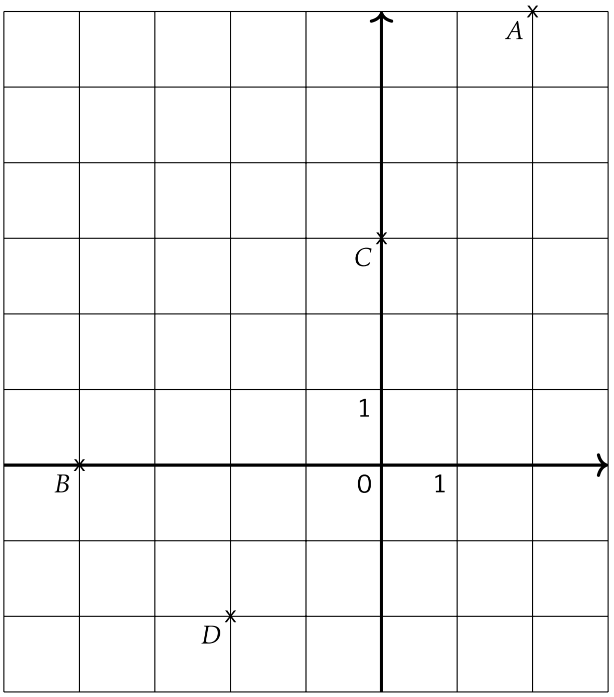
Géométrie repérée - Solutions

2nd – Janvier 2022

Exercice 1 — Solution — Milieu d'un segment



Exercice 3 — Solution — Exercice technique



1. Coordonnées du milieu du segment $[AB]$

$$x = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + (-4)}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \qquad y = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{6 + 0}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Les coordonnées du milieu sont $(-1; 3)$

2. Coordonnées du milieu du segment $[CD]$

$$x = \frac{x_C + x_D}{2} = \frac{0 + (-2)}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \qquad y = \frac{y_C + y_D}{2} = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2}$$

Les coordonnées du milieu sont $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$

3. Coordonnées du milieu du segment $[AD]$

$$x = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{2 + (-2)}{2} = 0 \qquad y = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{6 + (-2)}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Les coordonnées du milieu sont $(0; 2)$

4. Coordonnées du milieu du segment $[CE]$

$$x = \frac{x_C + x_E}{2} = \frac{0 + 23}{2} = 11.5 \qquad y = \frac{y_C + y_E}{2} = \frac{3 + 95}{2} = 49$$

Les coordonnées du milieu sont $(11.5; 49)$

5. Coordonnées du milieu du segment $[EA]$

$$x = \frac{x_A + x_E}{2} = \frac{2 + 23}{2} = 25 \qquad y = \frac{y_A + y_E}{2} = \frac{6 + 95}{2} = 50.5$$

Les coordonnées du milieu sont $(25; 50.5)$

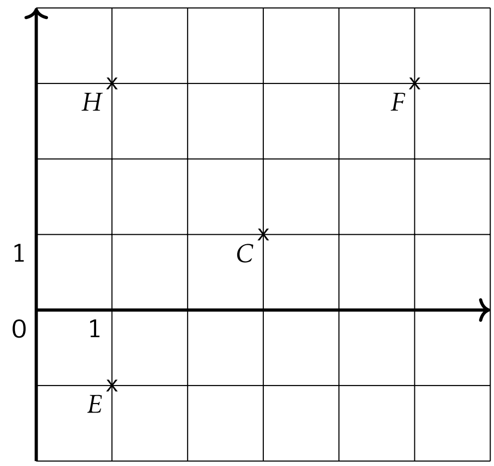
6. Coordonnées du milieu du segment $[EB]$

$$x = \frac{x_B + x_E}{2} = \frac{-4 + 23}{2} = 9.5 \qquad y = \frac{y_B + y_E}{2} = \frac{0 + 95}{2} = 47.5$$

Les coordonnées du milieu sont $(9.5; 47.5)$

Exercice 4 — Solution — Exercice technique

1.



2. **On sait que** $E(1; -1)$, $F(5; 3)$ et que $C(3; 1)$
Or le milieu du segment $[EF]$ se calcule de la manière suivante

$$x = \frac{x_E + x_F}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3 \qquad y = \frac{y_E + y_F}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = 1$$

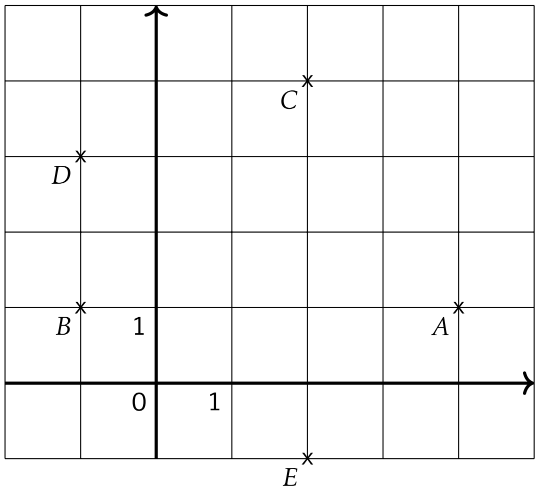
Donc C est bien le milieu du segment $[EF]$.

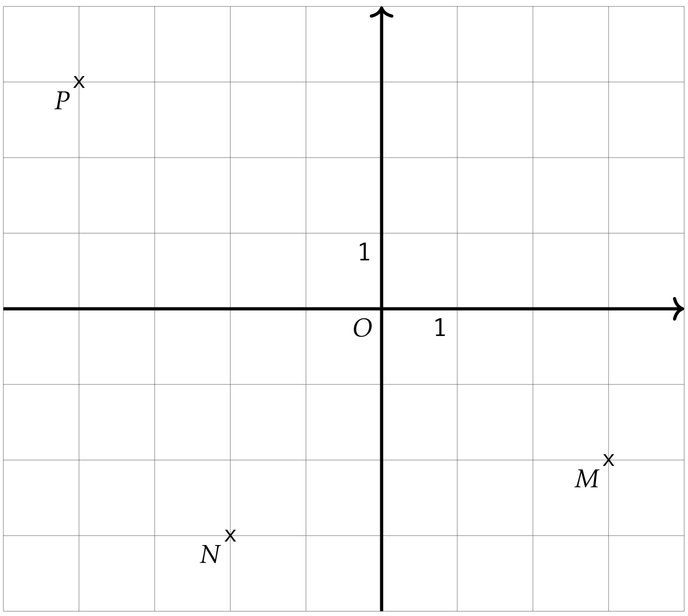
3. On note $(x_G; y_G)$ les coordonnées du point G.
On sait que C est le milieu de HG
Or d'après la formule du milieu

$$\begin{aligned} x_C &= \frac{x_H + x_G}{2} & y_C &= \frac{y_H + y_G}{2} \\ 3 &= \frac{1 + x_G}{2} & 1 &= \frac{3 + y_G}{2} \\ 6 &= 1 + x_G & 2 &= 3 + y_G \\ 5 &= x_G & -1 &= y_G \end{aligned}$$

Donc $G(5; -1)$

4. On sait que C est le milieu des diagonales de $EGFH$
Or un quadrilatère qui a ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme.
Donc $EGFH$ est un parallélogramme.
Remarque : On voit que c'est aussi un carré mais il faudrait encore du travail pour démontrer que s'en est un.



1. 

2. Distance MN

$$MN = \sqrt{(3-(-2))^2 + (-2-(-3))^2} = \sqrt{5^2+1^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

Distance MP

$$MP = \sqrt{(3-(-4))^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{7^2+(-5)^2} = \sqrt{49+25} = \sqrt{74}$$

Distance NP

$$NP = \sqrt{(-2-(-4))^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{2^2+(-6)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40}$$

3. On sait que $NM = \sqrt{26}$, $MP = \sqrt{74}$ et $NP = \sqrt{40}$

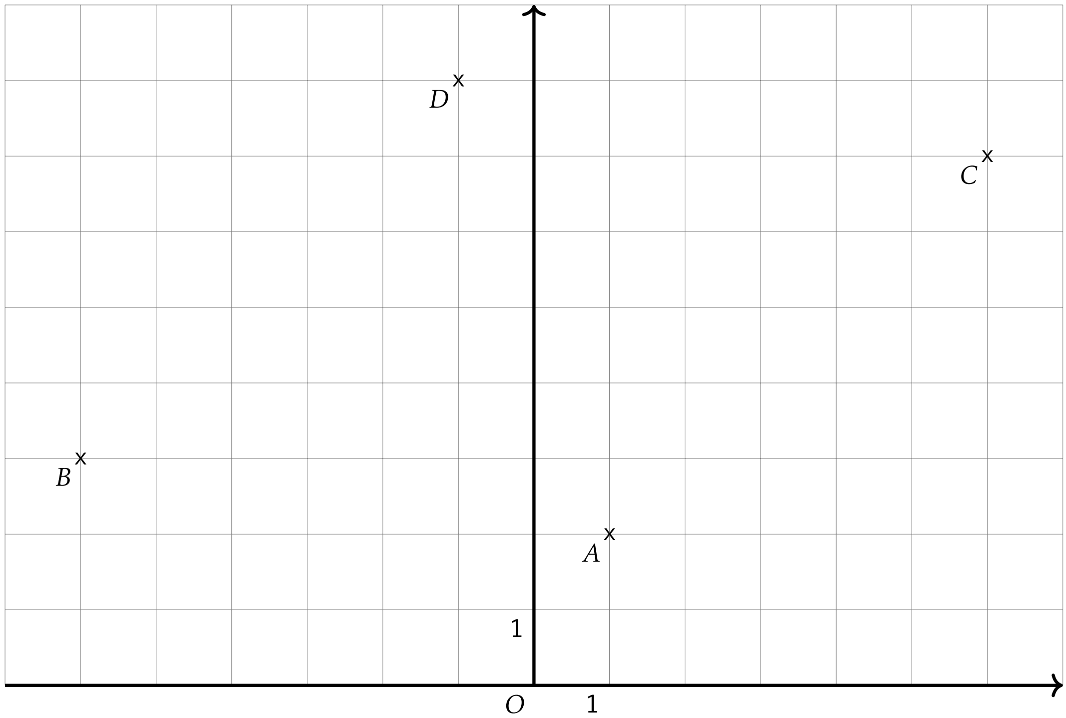
Or

$$NM^2 + NP^2 = \sqrt{26}^2 + \sqrt{40}^2 = 26 + 40 = 76 \qquad MP^2 = \sqrt{74}^2 = 74$$

Donc $NM^2 + NP^2 \neq MP^2$

Donc d'après le théorème de Pythagore le triangle MNP n'est pas un triangle rectangle.

Exercice 10 — Solution — Quadrilatère



On a l'impression que le quadrilatère $BACD$ est un losange. Pour le démontrer on va calculer la longueur de ses côtés.

- Distance AB

$$AB = \sqrt{(1-(-6))^2 + (2-3)^2} = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$$

- Distance BD

$$BD = \sqrt{(-6-(-1))^2 + (3-8)} = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50}$$

- Distance DC

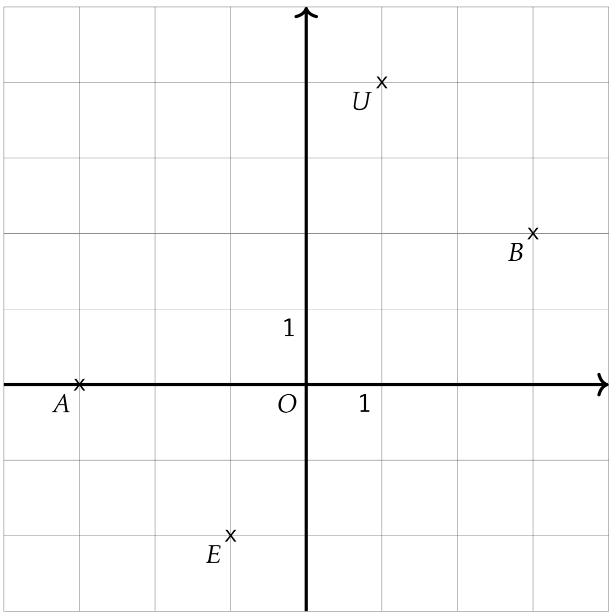
$$DC = \sqrt{(6-(-1))^2 + (7-8)} = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$$

- Distance CA

$$CA = \sqrt{(6-1)^2 + (7-2)} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50}$$

Les quatre côtés du quadrilatère ont la même longueur, c'est donc un losange.

Exercice 11 — Solution — BEAU rectangle



1. Coordonnées du milieu de $[BA]$

$$x = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3+3}{2} = 0 \qquad y = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0+(-2)}{2} = 1$$

2. Coordonnées du milieu de $[EU]$

$$x = \frac{x_E + x_U}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0 \qquad y = \frac{y_E + y_U}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1$$

3. On a l'impression que le triangle BEA est un triangle rectangle.

   - Longueur BE

   $$BE = \sqrt{(3-(-1))^2 + (2-(-2))} = \sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}$$

   - Longueur EA

   $$EA = \sqrt{(-1-(-3))^2 + (-2-0)} = \sqrt{2^2+(-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

   - Longueur AB

   $$AB = \sqrt{(3-(-3))^2 + (2-0)} = \sqrt{6^2+2^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40}$$

   Donc

   $$BE^2 + EA^2 = \sqrt{32}^2 + \sqrt{8}^2 = 32 + 8 = 40 \qquad AB^2 = \sqrt{40}^2 = 40$$

   Donc on sait que $BE^2 + EA^2 = AB^2$

   Donc d'après le théorème de Pythagore, le triangle BEA est rectangle en E.

4. On sait que $BEAU$ est un quadrilatère et que les diagonales se coupent en leur milieu (questions 1 et 2)
   Or un quadrilatère qui a ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme.
   Donc $BEAU$ est un parallélogramme.
   De plus, on sait que l'angle $\widehat{BEA}$ est un angle droit (question 3)
   Or un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle.
   Donc $BEAU$ est un rectangle.

Exercice 12 — Solution — Presque

1. Longueur AC

$$AC = \sqrt{(-50-50)^2 + (100-(-100))^2} = \sqrt{(-100)^2+200^2} = \sqrt{50000}$$

2. Il faut calculer les longueurs AB et BC puis appliquer le théorème de Pythagore. C'est la même rédaction que la question 3 de l'exercice 11. Le triangle est rectangle.
3. Il faut calculer les longueurs AD et DC puis appliquer le théorème de Pythagore. C'est la même rédaction que la question 3 de l'exercice 11. Le triangle n'est pas rectangle.
4. On sait que $ABCD$ est un quadrilatère et le triangle ACD n'est pas rectangle. Or un carré est un quadrilatère qui a 4angles droits et 4côté de même longueur. Donc $ABCD$ n'est pas un carré.

Exercice 15 — Solution — Ensemble $y = 2x$

1. Les points de l'ensemble (a) vérifie $y = 2x$ donc leur ordonnée doit être deux fois plus grand que leur abscisse.

   - Pour le point U

   $$2x = 2\times 2 = 4 = y$$

   Donc le point U appartient à (a)

   - Pour le point V

   $$2x = 2\times 1 = 2 \neq -1 = y$$

   Donc le point V n'appartient pas à (a)

   - Pour le point W

   $$2x = 2\times -2 = -4 = y$$

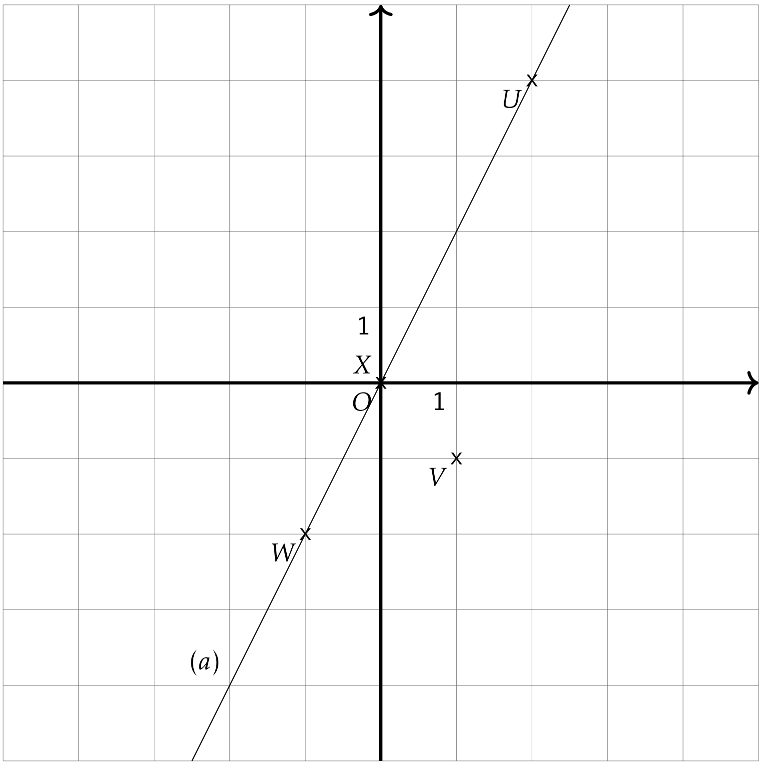
   Donc le point W appartient à (a)

   - Pour le point X

   $$2x = 2\times 0 = 0 = y$$

   Donc le point X appartient à (a)

2.



Exercice 16 — Solution — Ensemble $y = -x$

1. Les points de l'ensemble (b) vérifie $y = -x$ donc leur ordonnée doit être opposé à leur abscisse.
   - Pour le point U

     $$-x = 2 = -2 \neq 4 = y$$

     Donc le point U n'appartient pas à (b)
   - Pour le point V

     $$-x = -1 = y$$

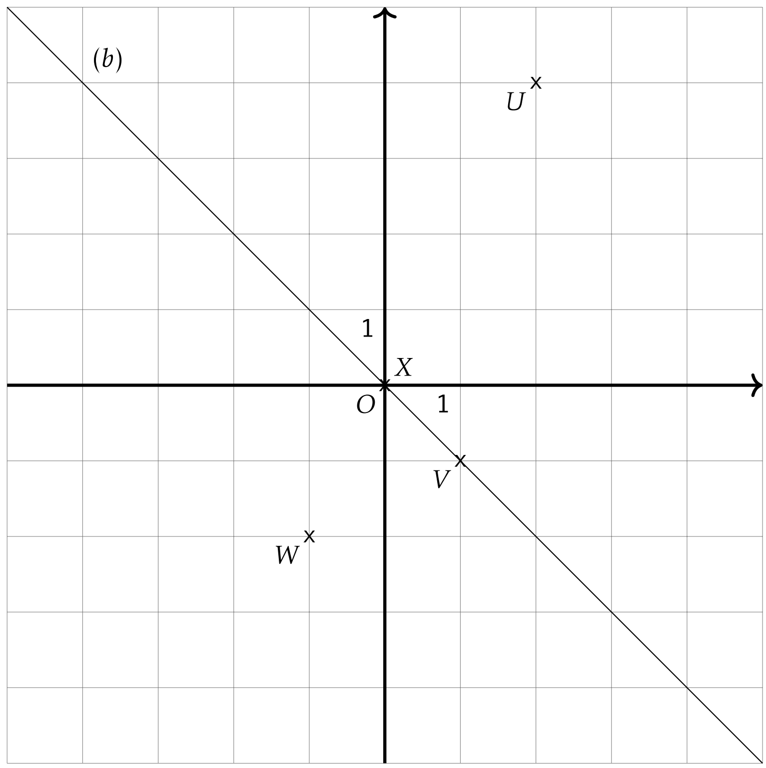
     Donc le point V appartient à (b)
   - Pour le point W

     $$-x = -(-1) = 1 \neq -2 = y$$

     Donc le point W n'appartient pas à (b)
   - Pour le point X

     $$-x = -0 = 0 = y$$

     Donc le point X appartient à (b)
2.


(b)
U
1
X
O
1
V
W