Géométrie repérée - Solutions

2nd – Février 2022

Exercice 2 — Solution — Contre-intuitions

Exercice 4 — Solution — Lien entre taux d'évolution et coefficient multiplicateur

Lien entre taux d'évolution et coefficient multiplicateur

Propriété

Soit t le taux d'évolution qui fait évolution v_i vers v_f alors

$$v_f = (1+t)v_i$$

Définition

$1+t$ est appelé **coefficient multiplicateur**, noté CM, associé au taux d'évolution t.
On a ainsi

$$CM = 1+t \qquad \text{ou encore} \qquad t = CM - 1$$

et

$$v_f = CM \times v_i \qquad \text{ou encore} \qquad CM = \frac{v_f}{v_i}$$

Exemples

- $120 \xrightarrow[\times \text{CM} = \dots]{+25\%} \dots$ Coefficient multiplicateur : Valeur finale : .
- $55 \xrightarrow[\times 0.12]{+\dots} \dots$ Taux d'évolution : Valeur finale : .
- $34 \xrightarrow[\times \dots]{+\dots\%} 123$ Taux d'évolution : Valeur finale : .

À faire au crayon à papier : Compléter les calculs

Exercice 5 — Solution — Questions divers

1. Coefficient multiplicateur : $CM = 1 - \dfrac{25}{100} = 0.75$
2. Coefficient multiplicateur : $CM = 1 + \dfrac{185}{100} = 2.85$
3. Taux d'évolution : $t = 1.23 - 1 = 0.23 = 23\%$
4. Taux d'évolution : $t = 5 - 1 = 4 = 400\%$
5. Taux d'évolution : $t = 0.67 - 1 = -3.3 = -33\%$
6. Coefficient multiplicateur : $CM = \frac{v_f}{v_i} = \frac{37}{35} \approx 1,06$
7. Coefficient multiplicateur : $CM = \frac{v_f}{v_i} = \frac{503}{750} \approx 0.67$

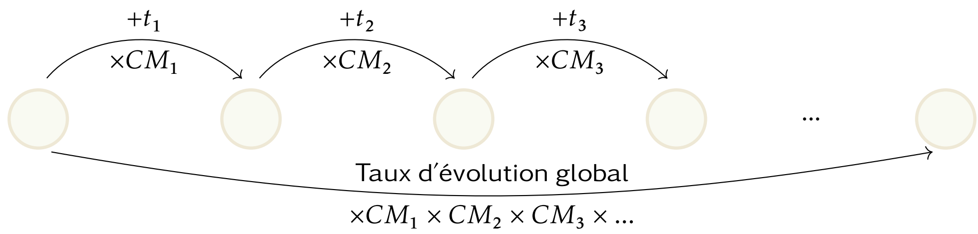
Exercice 7 — Solution — Évolutions successives - bilan

Taux d'évolution successifs

Propriété

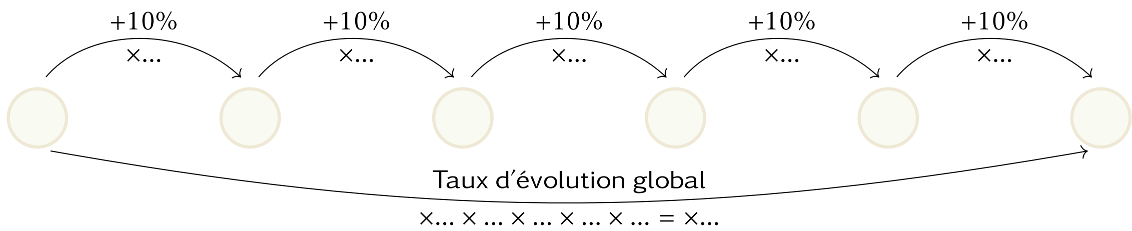
Quand une quantité subit des **évolution successives** $t_1, t_2, ...$, elle subit alors une **évolution globale**.
Les taux d'évolution **ne peuvent pas** s'ajouter.

Il faut multiplier les **coefficient multiplicateur** entre eux.



Exemples :

- Une quantité a subit 5 augmentations de 10%.



  Le coefficient global est donc de $CM = ...$
  On en déduit le **taux d'évolution global** $t = ...$

- Une quantité a subit une augmentation de 5% puis un diminution de 10% et enfin une autre augmentation de 5%. Calculons le taux d'évolution global.

À faire au crayon à papier : Compléter les exemples

Exercice 8 — Solution — Techniques

1. Coefficient multiplicateur d'une évolution de 30% : $CM = 1 + \frac{30}{100} = 1.3$.
   Coefficient multiplicateur de l'évolution globale : $CM \times CM \times CM = 1.3 \times 1.3 \times 1.3 = 2.197$
   Taux d'évolution global : $t = 2.197 - 1 = 1.197 = 119,7\%$.
2. Coefficient multiplicateur d'une évolution de 2% : $CM = 1 + \frac{2}{100} = 1.02$.
   Coefficient multiplicateur de l'évolution globale : $CM^5 = 1.02^5 = 1.104$
   Taux d'évolution global : $t = 1.104 - 1 = 0.104 = 10.4\%$.
3. Coefficient multiplicateur d'une évolution de 1% : $CM = 1 + \frac{1}{100} = 1.01$.
   Coefficient multiplicateur de l'évolution globale : $CM^{50} = 1.01^{50} = 1.644$
   Taux d'évolution global : $t = 1.664 - 1 = 0.664 = 66.4\%$.
4. Coefficient multiplicateur de l'évolution globale : $(1 + \frac{10}{100}) \times (1 + \frac{20}{100}) \times (1 + \frac{5}{100}) \approx 1.39$
   Taux d'évolution global : $t = 1.39 - 1 = 0.39 = 39\%$.
5. Coefficient multiplicateur de l'évolution globale : $(1 + \frac{10}{100}) \times (1 + \frac{20}{100}) \times (1 + \frac{5}{100}) \approx 1.39$
   Taux d'évolution global : $t = 1.39 - 1 = 0.39 = 39\%$.

Exercice 9 — Solution — Réflexion

1. Non. Pour comprendre cela, il faut passer par le coefficient multiplicateur.
   - Coefficient multiplicateur d'une augmentation de 40% : $CM = 1 + \frac{40}{100} = 1.4$
   - Coefficient multiplicateur de deux augmentations de 20% : $CM = (1 + \frac{20}{100})(1 + \frac{20}{100}) = 1.44$

   On voit donc que les coefficients multiplicateur ne sont pas les même donc les évolutions ne sont pas équivalentes.
2. Il faut encore une fois passer par les coefficients multiplicateurs :

- Coefficient multiplicateur de l'augmentation de 10% puis celle de 20% : $CM = (1+\frac{10}{100})(1+\frac{20}{100}) = 1.1 \times 1.2 = 1.32$
- Coefficient multiplicateur de l'augmentation de 20% puis celle de 10% : $CM = (1+\frac{20}{100})(1+\frac{10}{100}) = 1.2 \times 1.1 = 1.32$

C'est donc la même chose.

Exercice 10 — Solution — Acheter son vélo

On peut faire un tableau pour calculer le montant en banque d'une année sur l'autre (tableau ci-contre).
Il faudra donc qu'il attende 10 ans avant de pouvoir s'acheter son vélo.

Année	Montant
0	100
1	$100 \times 1.1 = 110$
2	$110 \times 1.1 = 121$
3	133.1
4	146.41
5	161.05
6	177.15
7	194.87
8	214.35
9	235.79
10	259.37

On peut écrire un programme python pour faire automatiquement cette recherche

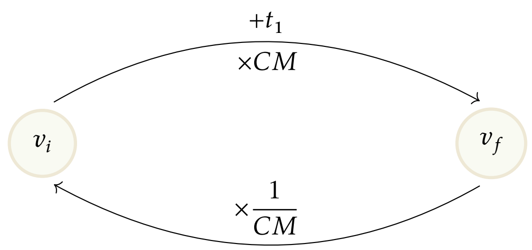
```python
annee = 0
montant = 100
while montant < 250:
    annee = annee + 1
    montant = montant * (1 + 10 / 100)
print(annee)
print(montant)
```

Exercice 12 — Solution — Évolutions réciproques

Taux d'évolution réciproque

Propriété

Quand une quantité subit une évolution et que l'on souhaite revenir à la valeur initiale, elle subit une **évolution réciproque**.



Taux d'évolution réciproque

Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est égal à $\frac{1}{CM}$.

Le taux d'évolution réciproque est égal à $\frac{1}{CM} - 1$

Exemples :

- Un article coûte 50€hors taxe. Une diminution de 20% fait passer le prix à 40€. Quelle devra être l'augmentation pour revenir au prix initial ?

- Une entreprise a augmenté ses emissions de CO2 de 14% en un an. Quelle devra être l'évolution pour revenir aux émissions d'avant cette augmentation ?

À faire au crayon à papier : Traiter les exemples

1. La réduction de 15% revient à multiplier le prix initial par $(1 - \frac{15}{100}) = 0.85$. Donc pour retrouver le prix initial, il faut diviser par 0.85 : $40 \div 0.85 = 47.05$.
2. Une augmentation de de 30% revient à multiplier par $1 + \frac{30}{100} = 1.3$. Pour revenir au prix de 2020, il faut diviser par 1.3 ou encore multiplier par $\frac{1}{1.3} = 0.77$. Le taux d'évolution est donc $t = 0.77 - 1 = -0.23 = -23\%$.
3. La TVA fait augmenter le prix de 20% donc le prix est multiplié par $1 + \frac{20}{100} = 1.20$. Pour revenir au prix initial, il faut donc le diviser par 1.2 : $150 \div 1.2 = 125$.
4. Pour revenir en arrière après une augmentation de 60%, il faut diviser par $1 + \frac{60}{100} = 1.6$ ou encore multiplier par $1 \div 1.6 = 0.625$. Le taux d'évolution est donc $t = 0.625 - 1 = -0.375 = -37.5\%$.
5. Pour cela, il faut contrer la différence de 15% donc la multiplication par $1 + \frac{15}{100} = 1.15$. Il faut diviser les prix par 1.15 ou encore les multiplier par $1 \div 1.15 = 0.87$. Le taux d'évolution est donc de $t = 0.87 - 1 = -0.13 = -13\%$.