DM1 — ZINBI Myriem

1ST – A rendre pour le lundi 27 mars 2023

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

Exercice 1 — Polynôme de degré 2

Développer les expressions suivantes pour vérifier que ce sont des polynômes de degré 2. Vous préciserez les valeurs de a, b et c.

1. $f(x) = (-1x+9)(-7x+9)$
2. $g(x) = (2x+2)^2$
3. $h(x) = 7 + x(-10x-3)$
4. $i(x) = -1x^2 + x(10x-9)$
5. $j(x) = -4(x+10)(x+4)$
6. $k(x) = -6(x-7)(x-10)$

Exercice 1 — Solution — Polynôme de degré 2

1.

$$\begin{aligned} f(x) &= (-1x+9)(-7x+9) \\ &= (-x)\times -7x + (-x)\times 9 + 9\times -7x + 9\times 9 \\ &= -1(-7)\times x^{1+1} + 9(-1)\times x + 9(-7)\times x + 81 \\ &= -9x - 63x + 7x^2 + 81 \\ &= (-9-63)\times x + 7x^2 + 81 \\ &= 7x^2 - 72x + 81 \end{aligned}$$

C'est un polynôme de degré 2 avec $a = 7$, $b = -72$ et $c = 81$.

2.

$$\begin{aligned} g(x) &= (2x+2)^2 \\ &= (2x+2)(2x+2) \\ &= 2x\times 2x + 2x\times 2 + 2\times 2x + 2\times 2 \\ &= 2\times 2\times x^{1+1} + 2\times 2\times x + 2\times 2\times x + 4 \\ &= 4x + 4x + 4x^2 + 4 \\ &= (4+4)\times x + 4x^2 + 4 \\ &= 4x^2 + 8x + 4 \end{aligned}$$

C'est un polynôme de degré 2 avec $a = 4$, $b = 8$ et $c = 4$.

3.

$$\begin{aligned} h(x) &= 7 + x(-10x-3) \\ &= 7 + x\times -10x + x(-3) \\ &= -10x^2 - 3x + 7 \end{aligned}$$

C'est un polynôme de degré 2 avec $a = -10$, $b = -3$ et $c = 7$.

4.

$$\begin{aligned} i(x) &= -1x^2 + x(10x-9) \\ &= -x^2 + x\times 10x + x(-9) \\ &= -x^2 + 10x^2 - 9x \\ &= -x^2 + 10x^2 - 9x \\ &= (-1+10)\times x^2 - 9x \\ &= 9x^2 - 9x \end{aligned}$$

C'est un polynôme de degré 2 avec $a = 9$, $b = -9$ et $c = 0$.

5.

$$\begin{aligned}
j(x) &= -4(x+10)(x+4) \\
&= (-4x - 4\times 10)(x+4) \\
&= (-4x-40)(x+4) \\
&= -4x\times x - 4x\times 4 - 40x - 40\times 4 \\
&= 4(-4)\times x - 160 - 4x^2 - 40x \\
&= -16x - 160 - 4x^2 - 40x \\
&= -4x^2 - 16x - 40x - 160 \\
&= -4x^2 + (-16-40)\times x - 160 \\
&= -4x^2 - 56x - 160
\end{aligned}$$

C'est un polynôme de degré 2 avec $a = -4$, $b = -56$ et $c = -160$.

6.

$$\begin{aligned}
k(x) &= -6(x-7)(x-10) \\
&= (-6x - 6(-7))(x-10) \\
&= (-6x+42)(x-10) \\
&= -6x\times x - 6x(-10) + 42x + 42(-10) \\
&= -10(-6)\times x - 420 - 6x^2 + 42x \\
&= 60x - 420 - 6x^2 + 42x \\
&= -6x^2 + 60x + 42x - 420 \\
&= -6x^2 + (60+42)\times x - 420 \\
&= -6x^2 + 102x - 420
\end{aligned}$$

C'est un polynôme de degré 2 avec $a = -6$, $b = 102$ et $c = -420$.

Exercice 2 — Étude de fonctions

Soit $f(x) = 3x^2 - 147$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

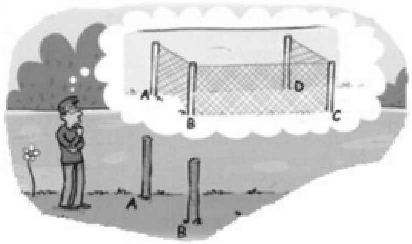
1. Calculer les valeurs suivantes
$$f(1) \qquad f(-2)$$
2. Dériver la fonction f
3. Étudier le signe de f' puis en déduire les variations de f.
4. Est-ce que f admet un maximum ? un minimum ? Calculer sa valeur.

Exercice 2 — Solution — Étude de fonctions

1. On remplace x par les valeurs demandées
$$f(1) = 3\times 1^2 - 147 = 3\times 1 - 147 = 3 - 147 = -144$$
$$f(-1) = 3\times -1^2 - 147 = 3\times 1 - 147 = 3 - 147 = -144$$
2. Dérivation
$$f'(x) = 6x$$
3. Pas de solutions automatiques.
4. Pas de solutions automatiques.

Exercice 3 — Enclos

Dans son garage, Jean a trouvé 35m de grillage.
Il décide de l'utiliser pour faire un enclos rectangulaire. Afin d'obtenir un enclos encore plus grand, il veut utiliser le mur du jardin qui formera un côté. Le grillage formera les 3 autres.



Comment placer les poteaux pour avoir un enclos le plus grand possible ?

Cet exercice est un exercice de recherche. Vous êtes invité à utiliser les outils que vous voulez. Une part importante de la note sera dédiée à la rédaction et aux explications de ce que vous faites. Vous êtes encouragé à faire des schémas.

Si vous utilisez le tableur, vous devrez le mentionner et m'envoyer le tableur à l'adresse `benjamin.bertrand@ac-lyon.fr`

Exercice 3 — Solution — Enclos

Formule de l'aire (en notant x la longueur du côté de l'enclos à côté du mur)

$$A(x) = x(35 - 2x) = -2x^2 + 35x$$

On va donc étudier les variations de la fonction $A(x) = -2x^2 + 35x$

- Fonction dérivée : $A'(x) = -4x + 35$
- On résout l'inéquation $A'(x) \geq 0$ pour déterminer quand la fonction A' est positive.

$$\begin{aligned} A(x) &\geq 0 \\ -4x + 35 &\geq 0 \\ -4x + 35 + -35 &\geq 0 + -35 \\ -4x &\geq -35 \\ \frac{-4x}{-4} &\leq \frac{-35}{-4} \\ x &\leq \frac{35}{4} \end{aligned}$$

Donc $A(x)$ est positif quand x est plus **petit** que $\frac{35}{4}$

-

x		$\frac{35}{4}$	
Signe de $f'(x)$	$+$	0	$-$
Variations de $f(x)$	↗	$f(\frac{35}{4}) = \frac{2450}{16}$	↘

Pour avoir le plus grand enclos, il faut placer les poteaux à 6m du mur et on aura alors un enclos de $72m^2$.