

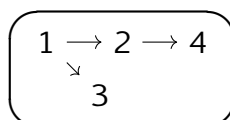
Vecteur et coordonnées - Plan de travail

2nd – Mai 2023

Savoir-faire de la séquence

- Représenter un vecteur dont on connaît les coordonnées. Lire les coordonnées d'un vecteur.
- Calculer les coordonnées d'une somme de vecteurs, d'un produit d'un vecteur par un nombre réel.
- Calculer la distance entre deux points. Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.
- Caractériser alignement et parallélisme par la colinéarité de vecteurs.

Ordre des étapes à respecter



1 Coordonnées de vecteur

Reprendre le cours sur les coordonnées de vecteurs (Bilan 1).

- Exercice 1 : Coordonnée et repère☆☆☆☆☆
- Exercice 2 : Calculs de coordonnées☆☆☆☆☆
- Exercice 3 : Égalité entre vecteurs☆☆☆☆☆
- Exercice 4 : Coordonnée de points et transformations☆☆☆☆☆

2 Opération sur les vecteurs

Reprendre le cours sur opérations sur les vecteurs (Bilan 2).

- Exercice 5 : Calculs avec les coordonnées de vecteurs☆☆☆☆☆
- Exercice 6 : Équilibre des forces☆☆☆☆☆
- Exercice 7 : Coordonnée manquante☆☆☆☆☆

3 Norme et distance

Reprendre le cours sur la norme d'un vecteur (Bilan 3).

- Exercice 8 : Norme d'un vecteur☆☆☆☆☆

4 Déterminant et colinéarité

Reprendre le cours sur la colinéarité de vecteurs (Bilan 4).

- Exercice 9 : Colinéarité☆☆☆☆☆
- Exercice 10 : Alignement☆☆☆☆☆
- Exercice 11 : Coordonnée manquante☆☆☆☆☆
- Exercice 12 : Problèmes de géométrie☆☆☆☆☆

Exercice 1

Coordonnée et repère

1. Lire graphiquement les coordonnées des vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} .
2. Placer les points suivants

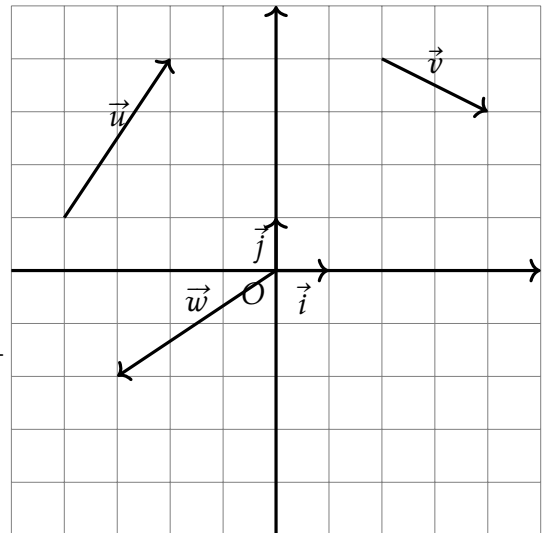
$$A(2; 4) \quad B(-2; 3) \quad C(4; -2) \quad D(-1; -4)$$

3. Déterminer les coordonnées des vecteurs

$$\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{AC} \quad \overrightarrow{AD} \quad \overrightarrow{CD} \quad \overrightarrow{DC} \quad \overrightarrow{BC}$$

4. Lire graphiquement les coordonnées des points suivants

- (a) Z image de A par la translation de vecteur \vec{w}
- (b) Y image de B par la translation de vecteur \vec{v}
- (c) X image de C par la translation de vecteur \vec{w}
- (d) S image de D par la translation de vecteur $2\vec{u}$



Exercice 2

Calculs de coordonnées

On définit les points suivants

$$A(2; 4) \quad B(5; 1) \quad C(-6; -3) \quad D(1; -6) \quad E(0; -2) \quad F\left(\frac{1}{2}; -2\right) \quad G\left(\frac{1}{4}; \frac{2}{3}\right)$$

Calculer les coordonnées des vecteurs suivants

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1. \overrightarrow{AB} | 4. \overrightarrow{ED} | 7. \overrightarrow{EC} |
| 2. \overrightarrow{AC} | 5. \overrightarrow{AE} | 8. \overrightarrow{FG} |
| 3. \overrightarrow{DE} | 6. \overrightarrow{BE} | 9. \overrightarrow{FA} |

Exercice 3

Égalité entre vecteurs

1. Dans les cas suivants, justifier si les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont égaux (leurs coordonnées doivent être égales)
 - (a) $A(-2; -1)$, $B(1; 3)$, $C(1; 1)$ et $D(-2; -1)$
 - (b) $A(0; -1)$, $B(1; 0)$, $C(0; -2)$ et $D(1; -1)$
2. On donne 3 points $A(1; 2)$, $B(1; 4)$ et $C(x; 6)$. Quelle doit être la valeur de x pour que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} soient égaux?
3. On donne 4 points $A(x - 1; 2)$, $B(-1; y - 5)$, $C(0; -2)$ et $D(4; 3)$. Quelle doivent être les valeurs de x et y pour que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} soient égaux?

Exercice 4

Coordonnée de points et transformations

Calculer les coordonnées des points suivants

1. B image du point $A(2; 3)$ par la translation de vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.
2. D image du point $C(-2; 5)$ par la translation de vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$.
3. F image du point $E(0; 3)$ par la translation de vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Exercice 5

Calculs avec les coordonnées de vecteurs

On définit les vecteurs suivants

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \vec{x} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

et les points suivants

$$A(2; 5) \quad B(4; 1) \quad C(2; -2) \quad D(-3; 1)$$

Calculer les coordonnées des vecteurs suivants

1. $\vec{u} + \vec{x}$	3. $\vec{w} - \vec{v}$	5. $2\vec{w} + \vec{x} - 2\vec{x}$	7. $\vec{AC} + 2\vec{CD}$
2. $\vec{w} + \vec{x}$	4. $\vec{u} + \vec{x} + \vec{v} - 2\vec{w}$	6. $\vec{AB} + \vec{x}$	8. $\vec{AC} - 3\vec{AB}$

Exercice 6

Équilibre des forces

- Un objet est modélisé par un point O . On applique dessus 3 forces : $\vec{F}_1 \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$, $\vec{F}_2 \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{F}_3 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.
 - Additionner ces trois forces.
 - Expliquer pourquoi on peut dire que l'objet est en équilibre
- Un objet est modélisé par un point O . On applique dessus 3 forces : $\vec{F}_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{F}_2 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{F}_3 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.
 - Montrer que l'objet n'est pas en équilibre.
 - Quelle doit être la quatrième force à appliquer pour que l'objet soit en équilibre.

Exercice 7

Coordonnée manquante

Soient $A(-3; 7)$, $B(0; -3)$ et $(-2; 3)$ trois points du plan et un point $M(x; y)$ dont il faudra déterminer les coordonnées dans chacun des cas suivants

1. $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{CB}$	2. $2\vec{AB} + 3\vec{CM} = \vec{0}$	3. $\vec{BM} = 3\vec{AB} - \vec{CB}$	4. $3\vec{BM} = 2\vec{AM}$
-------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	----------------------------

Exercice 8

Norme d'un vecteur

On définit les vecteurs suivants

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \vec{x} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

et les points suivants

$$A(2; 5) \quad B(4; 1) \quad C(2; \frac{1}{5}) \quad D(\frac{2}{3}; 1)$$

Calculer les coordonnées des vecteurs suivants

- Calculer la norme des vecteurs : \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} et \vec{x}
- Calculer la norme des vecteurs : \vec{AB} et \vec{CD}

Exercice 9

Colinéarité

Dans chacun des cas suivant, dire si les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} sont colinéaires

- | | |
|--|---|
| 1. $A(1; -4)$, $B(-4; 8)$ et $C(-6; 2)$ | 3. $A(\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$, $B(\frac{1}{4}; \frac{-2}{4})$ et $C(\frac{-1}{2}; \frac{-11}{3})$ |
| 2. $A(5; 5)$, $B(0; -1)$ et $C(10; 11)$ | |

Exercice 10

Alignement

Dans chacun des cas suivant, dire si les points A , B et C sont alignés

1. $A(4; 2)$, $B(10; -5)$ et $C(-8; 16)$
2. $A(9; 1)$, $B(6; -1)$ et $C(3; -3)$

$$3. A\left(\frac{-1}{5}; 1\right), B\left(2; \frac{-1}{6}\right) \text{ et } C\left(\frac{10}{5}; 1\right)$$

Exercice 11

Coordonnée manquante

1. Déterminer la valeur de m pour que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} soient colinéaires

$$(a) \vec{u} \begin{pmatrix} -8 \\ 8 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} \begin{pmatrix} m \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(b) \vec{u} \begin{pmatrix} m-1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

2. Déterminer la valeur de m pour que les points A , B et C soient alignés.

$$(a) A(1; 3), B(-2; 1) \text{ et } C(m; 2)$$

$$(b) A(-5; 1), B(7; 1) \text{ et } C(1; m-2)$$

Exercice 12

Problèmes de géométrie

Soit (O, \vec{i}, \vec{h}) un repère orthonormé. Soit $A(0; 3)$, $B(-1; 1)$ et $C(-4; 2)$ trois points.

1. Déterminer les coordonnées de I le milieu du segment $[BC]$.
2. Déterminer les coordonnées du point D tel que

$$3\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$$

3. Démontrer que D , A et I sont alignés.