Fonction dérivée - Plan de travail

1ST – janvier 2023

Savoir-faire de la séquence

- Interpréter géométriquement le nombre dérivé comme coefficient directeur de la tangente
- Calculer la dérivée d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à deux.
- Déterminer le sens de variation d'un polynôme de degré inférieur ou égal à 2.

1 Découverte de la fonction dérivée

- ☐ Exercice 1 : Construction de la fonction dérivée . . . . ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 2 : Utilisation de la fonction dérivée . . . . ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 3 : Calcul de la fonction dérivée . . . . ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 8 : Calculs de dérivée . . . . ☆☆☆☆☆

2 Utilisation de la fonction dérivée

- ☐ Exercice 4 : Fonction affines . . . . ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 5 : Fonction polynôme . . . . ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 9 : Fonction affines - technique . . . . ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 10 : Fonction affines - technique . . . . ☆☆☆☆☆

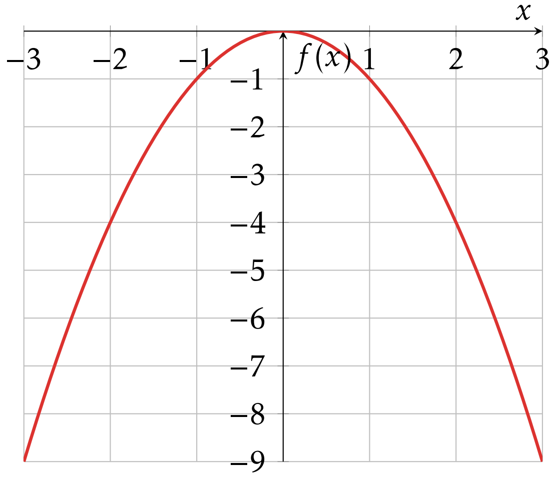
3 Étude de variation des fonctions

- ☐ Exercice 6 : Gestion hôtelière . . . . ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 7 : Crème de beauté . . . . ☆☆☆☆☆

Exercice 1 — Construction de la fonction dérivée

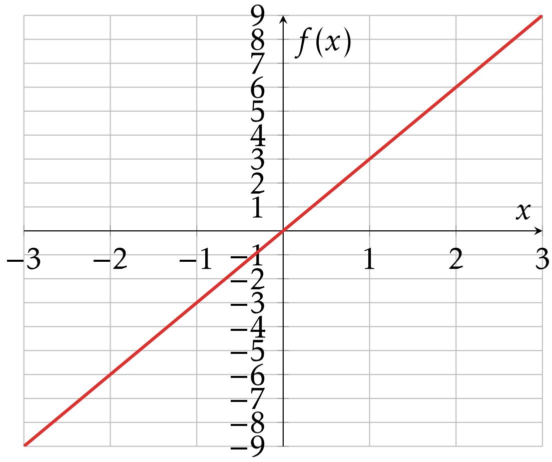
Pour chacun des graphiques ci-dessous compléter les tableaux pour trouver les nombres dérivés.

1.



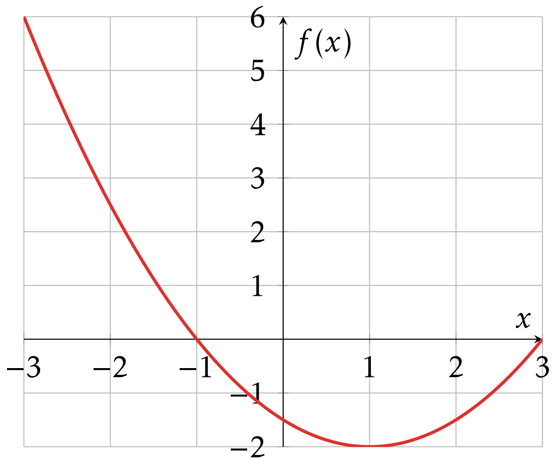
x	Nombre dérivé $f'(x)$
-2	
-1	
0	
1	
2	

2.



x	Nombre dérivé $f'(x)$
-2	
-1	
0	
1	
2	

3.



x	Nombre dérivé $f'(x)$
-2	
-1	
0	
1	
2	

4. Pour chacune des fonctions précédentes, à partir des valeurs déjà trouvées, ne pourrait-on pas trouver une formule qui pourrait calculer tous les nombres dérivés de ces fonctions ? Combien vaudrait dans chacun des cas $f'(10)$? $f'(0,5)$?

Exercice 2 — Utilisation de la fonction dérivée

Ci-dessous, vous trouverez des couples de fonction avec leur dérivée.

$f(x) = 5x^3 - x^2 + 0.3x + 1$	$g(x) = 0.3x^5 - 3x^2 + 5x + 1$
$f'(x) = 15x^2 - 2x + 0.3$	$g'(x) = 1.5x^4 - 6x + 5$

1. Déterminer le nombre dérivé de la fonction f au point d'abscisse $x = 2$
2. Que peut-on dire sur la croissance de la fonction f autour du point d'abscisse $x = 2$?
3. Déterminer le nombre dérivé de la fonction g au point d'abscisse $x = 5$
4. Que peut-on dire sur la croissance de la fonction g autour du point d'abscisse $x = 5$?
5. Que peut-on dire sur la croissance de la fonction f autour du point d'abscisse $x = 1$?
6. Que peut-on dire sur la croissance de la fonction g autour du point d'abscisse $x = 4$?
7. Que peut-on dire sur la croissance de la fonction f autour du point d'abscisse $x = 111$?
8. Vérifier vos résultats en traçant les fonctions f et g sur votre calculatrice.

Exercice 3 — Calcul de la fonction dérivée

$f(x) = 2x + 1$	$g(x) = 3$	$h(x) = 5x + 1$	$i(x) = x^2 + x + 1$	$j(x) = 3x^2 - 10x - 100$
$f'(x) = 2$	$g'(x) = 0$	$h'(x) = 5$	$i'(x) = 2x + 1$	$j'(x) = 6x - 10$

En observant les couples fonctions et dérivées précédentes, déterminer les fonctions dérivées suivantes

$f(x) = 4$	$g(x) = 3x + 2$	$h(x) = -7x + 19$	$i(x) = x^2 + 3x + 9$	$j(x) = 4x^2 - x - 100$
$f'(x) = \dots$	$g'(x) = \dots$	$h'(x) = \dots$	$i'(x) = \dots$	$j'(x) = \dots$

Expliquer votre méthode pour déterminer ces dérivées.

Exercice 4 — Fonction affines

On définit la fonction $f(x) = 5x - 10$ dont on veut étudier les variations.

1. Calculer $f'(x)$ la fonction dérivée de $f(x)$.
2. Quel est le signe de $f'(x)$? Que peut-on déduire sur la croissance de f ?
3. Recopier et compléter le tableau suivant

x	
Signe de $f'(x)$	
Variations de $f(x)$	

Exercice 5 — Fonction polynôme

On définit la fonction $f(x) = 3x^2 - 2x + 10$ dont on veut étudier les variations.

1. Calculer $f'(x)$ la fonction dérivée de $f(x)$.
2. Quel est le signe de $f'(x)$?
3. Recopier et compléter le tableau suivant

x	
Signe de $f'(x)$	
Variations de $f(x)$	

Exercice 6 — Gestion hôtelière

Le nombre d'offre "séjour exclusif" vendues peut être modélisé par la fonction suivante $N(x) = -0.6x + 219$ où x désigne le prix de vente en euro.

1. On se place dans le cas où le prix de vente est de 150€.
   (a) Combien d'offres seront vendues dans ce cas ?
   (b) Quel sera alors les recettes pour cette vente ?
2. Mêmes questions dans le cas où le prix est de 200€ ? 300€.
3. Est-il vrai que plus le nombre d'offres vendues est élévé plus les recettes le seront aussi ?
4. On veut étudier ces recettes. On note $R(x)$ la fonction qui modélise les recettes et où x représente le prix de vente.
   (a) Expliquer que l'on a $R(x) = -0.6x^2 + 219x$
   (b) Calculer la dérivée de R.
   (c) Dresser le tableau de variations de R.
   (d) En déduire le prix de vente qui permet d'avoir une recette maximale. Combien vaut alors cette recette ?

Exercice 7 — Crème de beauté

Une entreprise fabrique des flacons de crème de beauté. Cette entreprise peut fabriquer jusqu'à 60 flacons par jour.

1. Chaque flacon est vendu 250€. On note $R(x)$ les recettes des ventes journalière des flacons où x désigne le nombre de flacon produit. Déterminer l'expression de R en fonction de x.
2. L'étude des coûts a mené à les modéliser par la fonction $C(x) = x^2 + 160x + 800$. On note $B(x)$ la fonction qui modélise les bénéfices (recettes moins les coûts).
   (a) Est-il vrai que plus l'entreprise produit et vend plus elle fait des bénéfices ?
   (b) Démontrer que $B(x) = -x^2 + 90x - 800$
   (c) Calculer la dérivée B' de B.
   (d) En déduire le tableau de variations de B
   (e) Combien de flacons doivent être produit pour maximiser les bénéfices ? Quels seront alors ces bénéfices ?

Exercice 8 — Calculs de dérivée

Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes

1. $f(x) = -6x - 7$
2. $g(x) = 10x + 3$
3. $h(x) = -4x - 3$
4. $i(x) = -10x - 7$
5. $j(x) = -8x - 4$
6. $k(x) = -3x^2 + 8x - 1$
7. $l(x) = -10x + 6$
8. $m(x) = 10x^2 + 5x + 6$
9. $n(x) = -10x^2 + 6x - 2$
10. $o(x) = 5x^2$
11. $p(x) = -9x^2 + 4x$
12. $q(x) = -2x^2 - 4$

Exercice 9 — Fonction affines - technique

Reprendre l'exercice précédent pour les fonctions suivantes :

1. $f(x) = -8x + 5$
2. $g(x) = -9x - 6$
3. $h(x) = -2x + 8$
4. $i(x) = -5x - 4$

Exercice 10 — Fonction affines - technique

Reprendre l'exercice précédent pour les fonctions suivantes :

1. $f(x) = 3x^2 + 10x - 3$
2. $g(x) = 4x^2 + 2x - 2$
3. $h(x) = -4x^2 + 2x - 7$
4. $i(x) = -9x^2 + 9x - 9$
5. $j(x) = -x^2 + 8x + 4$
6. $k(x) = 6x^2 + 9x + 9$