Les modèles démographiques

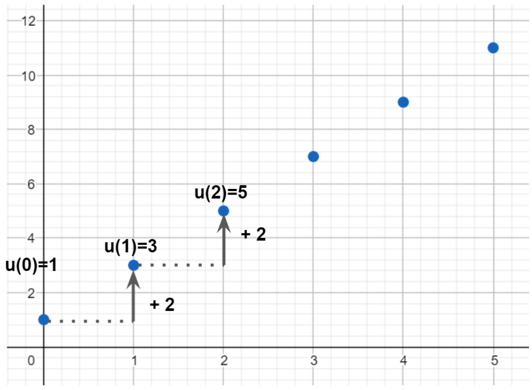
La mesure de l'effectif d'une population au cours du temps est une **grandeur discrète** car elle fournit un **nombre fini** de mesures sur une certaine durée (exemple : la mesure annuelle de l'effectif de la population française entre 1981 et 2010 nous fournit 30 valeurs).

L'outils mathématiques permettant de modéliser des grandeurs discrètes est la **suite** : une grandeur discrète u(exemple : l'effectif de la population française) varie en fonction d'une variable entière n (exemple : l'année). $u(n)$ est la valeur que la grandeur u prend à l'étape n (exemple : la population française en 2010).

1 - Les suites arithmétiques pour modéliser des évolutions linéaires

On utilise une **suite arithmétique** pour modéliser l'évolution d'une population si **la variation absolue** entre deux valeurs successives est constante ; on appelle cette variation absolue constante **la raison**.

Le nuage de points qui la représente forme alors **une droite**.



une suite arithmétique de raison 2

Pour retrouver la raison r, on soustrait deux valeurs successives : $$r = u(n+1) - u(n)$$

Exemple : Soit u une suite arithmétique telle que $u(1) = 50$, $u(2) = 62,5$ et $u(3) = 75$.
Quelle est la raison r ?

Pour retrouver la première valeur manquante, on utilise la raison et la dernière valeur connue : $$u(n+1) = u(n) + r$$

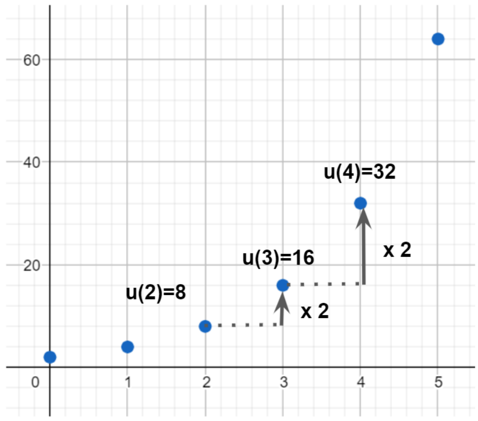
***Exemple** :* Soit u une suite arithmétique de raison $r = 4\,000$ et de premier terme $u(0) = 350\,000$.
Combien vaut $u(3)$?

Dans la réalité, pour une population dont la variation absolue est *presque* constante d'un palier à l'autre, on peut ajuster le nuage de points qui la représente par une droite. On trouve alors la suite arithmétique correspondant à cette droite : on obtient **un modèle linéaire**.

2 - Les suites géométriques pour modéliser des évolutions exponentielles

On utilise une **suite géométrique** pour modéliser l'évolution de la population si **la variation relative** (ou **taux d'évolution**) et le **coefficient multiplicateur** entre deux valeurs successives sont constants ; on appelle ce coefficient multiplicateur constant **la raison**.

Le nuage de points qui la représente forme alors **une exponentielle**.



une suite géométrique de raison 2

Pour retrouver la raison q, on divise deux valeurs successives : $q = u(n + 1) \div u(n)$

Exemple : Soit u une suite géométrique telle que $u(5) = 500$, $u(6) = 15000$.
Quelle est la raison q ?

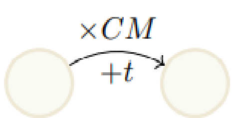
Pour retrouver la première valeur manquante, on utilise la raison et la dernière valeur connue : $u(n + 1) = u(n) \times q$

***Exemple** :* Soit une suite géométrique u de raison $q = 1,1$ et de premier terme $u(0) = 10\,000$.
Combien vaut $u(2)$?

Dans la réalité, pour une population dont la variation relative est *presque* constante d'un palier à l'autre, on peut ajuster le nuage de points qui la représente par une exponentielle. On trouve alors la suite géométrique correspondant à cette exponentielle pour obtenir **un modèle exponentiel**.

3 - Rappels techniques concernant les évolutions

Pour retrouver le **coefficient multiplicateur** CM ou le **taux d'évolution** t (souvent exprimé en pourcentage) d'une augmentation ou d'une diminution



$CM = 1 + t$ et $t = CM - 1$

avec $t = x\% = \frac{x}{100}$ ou bien $t = x‰ = \frac{x}{1000}$

***Exemples** :*

- Multiplier par 1,2 revient à augmenter de ....%
- Baisser de 30% revient à multiplier par ....