

Généralité sur les suites - Plan de travail

1ST – Février 2023

Savoir-faire de la séquence

- Modéliser une situation à l'aide d'une suite.
- Reconnaître si une situation relève d'un modèle discret de croissance linéaire ou exponentielle.
- Calculer un terme de rang donné d'une suite définie par une relation fonctionnelle ou une relation de récurrence.
- Réaliser et exploiter la représentation graphique des termes d'une suite.
- Conjecturer, à partir de sa représentation graphique, la nature arithmétique ou géométrique.
- Déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique ou géométrique à l'aide de la raison.

1 Modélisation covid

-  Exercice 1 : Cas de Covid en mars 2019 ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
-  Exercice 2 : Modèle de propagation de l'épidémie, R_0 ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
-  Exercice 3 : Bilan suites géométries ☆ ☆ ☆ ☆ ☆

2 Suites et tableur

-  Exercice 4 : Dépréciation ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
-  Exercice 5 : Visiteurs ☆ ☆ ☆ ☆ ☆

3 Suites et Python

4 Suites théoriques

-  Exercice 6 : Suites théoriques ☆ ☆ ☆ ☆ ☆

5 Exercices types E3C

-  Exercice 7 : Type ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
-  Exercice 8 : Polluants ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
-  Exercice 9 : Ascenseurs ☆ ☆ ☆ ☆ ☆

Exercice 1

Cas de Covid en mars 2019

Ci-contre, un tableau reportant le nombre de cas cumulé de Covid autour du début du mois de mars 2020.

1. Représenter les données du tableau avec un nuage de points (jour en abscisse et nombre de cas en ordonnée).
2. À partir des données du tableau, faire une estimation du nombre de cas pour le 2 mars puis pour le 10 mars.
3.  Au 16 mars, on dénombrait 6633 cas. Que pensez-vous de votre modèle ?
4.  Proposer un autre modèle qui pourrait se montrer plus précis.

Jour	Nombre de cas
26/02/20	18
27/02/20	38
28/02/20	57
29/02/20	100
01/03/20	130

Document : Nombre de cas cumulé de covid

Exercice 2

Modèle de propagation de l'épidémie, R_0

Pour suivre une épidémie, un paramètre important est R_0 . Ce nombre décrit le nombre de personnes que l'on risque d'infecter si l'on est malade avant d'être soigné.

- Supposons que R_0 soit égal à 2. C'est-à-dire que chaque personne malade risque de transmettre le virus à 2 autres personnes en une journée avant d'être soignée.
 - Supposons qu'au premier jour, il y ait 10 personnes malades. Combien seront malade le deuxième jour? Le 3e? et le 10e?
 - Représenter avec nuage de points le nombre de malades du premier jour au 10e jour.
 - Modéliser la situation par une suite. Préciser la nature et les paramètres.
 -  Trouver une formule pour calculer le nombre de malades au 100e jour.
 -  En combien de jours, l'épidémie aura touché plus de 1000 personnes?
- On suppose maintenant que $R_0 = 1,2$ et qu'il y a 20 malades au premier jour.
 - Combien de malade aura-t-on au 2e, 3e et 10e jour?
 - Modéliser la situation par une suite et préciser les paramètres.
 -  Combien de personnes seront malades après 1 mois (31 jours)?
- Finalement, on suppose que $R_0 = 0,8$ et qu'il y a 100 malades.
 - Combien de malade aura-t-on au 2e, 3e et 10e jour?
 - Modéliser la situation par une suite et préciser les paramètres.
 - Représenter avec nuage de points le nombre de malades du premier jour au 10e jour.
- À quelle condition sur R_0 la suite est croissante? Décroissante?

Exercice 3

Bilan suites géométries

On suppose que (u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 .

À quelle condition la suite est croissante? Décroissante? Reprendre les graphiques de l'exercice précédent pour illustrer ces deux situations.

Exercice 4

Dépréciation

Une voiture neuve vaut 12 000€. On estime que chaque année, sa valeur diminue de 400€

- Modéliser le prix de la voiture par une suite. Quelle est la nature de la suite. Quels sont les paramètres?
- Sur le tableur, créer un tableau avec en première colonne l'âge de la voiture (on commence à compter par 0 la première année) et en deuxième colonne la valeur de la voiture.
- Quelle formule tableur permet de calculer le prix de la voiture après un an puis d'être étirée pour calculer la valeur pour les autres années?
- En combien d'année la voiture n'aura plus de valeur?
- Tracer le nuage de point correspondant aux valeurs de la suite. Comment sont organisés les points?

Exercice 5

Visiteurs

On a reporté le nombre de visiteur moyen journalier dans le tableau suivant :

Année	2016	2017	2018	2019
Nombre de visiteurs	3 532	3 716	3 909	4 113

1. (a) Calculer le taux d'évolution en pourcentage du nombre de visites entre 2016 et 2017 (arrondi au dixième).
(b) Calculer le taux d'évolution annuel entre les années suivantes. Que constatez vous ?
2. On souhaite faire une prévision du nombre de visiteurs sur les années suivantes.
 - (a) On suppose que le taux d'évolution reste le même les années suivantes. Proposer une suite pour modéliser le nombre de visiteurs. Quelle est sa nature ? Ses paramètres ?
 - (b) Quelle est la relation de récurrence de cette suite ?
 - (c) Calculer le nombre de visiteurs pour l'année 2020.
3. Pour la suite, vous utiliserez le tableur.
 - (a) Préparer un tableur avec en première colonne les années après 2019 et en deuxième colonne le nombre de visiteurs.
 - (b) Quelle formule tableur doit-on rentrer pour calculer le nombre de visiteurs en 2020 puis étirée pour les années suivantes ?
 - (c) Combien d'années faut-il attendre pour atteindre le million de visites à ce rythme ?
 - (d) Tracer le nuage de point correspondant à ces valeurs. Quelle forme a-t-il ?

Exercice 6

Suites théoriques

Pour les suites définie ci-dessous, calculer les valeurs de u_1 , u_2 et u_5 puis faire une conjecture sur le sens de variations

- | | | |
|----------------------|-------------------------------------|---|
| 1. $u_n = 2n + 1$ | 3. $u_n = 3 \times 0.7^n$ | 5. $u_0 = 10$ et $u_{n+1} = u_n \times 1.3$ |
| 2. $u_n = 5n^2 - 2n$ | 4. $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + 2$ | 6. $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{2}{u_n}$ |

Exercice 7

Type

On considère la suite u de premier terme $u(0) = 200$ et telle que pour tout entier positif n :

$$u(n+1) = u(n) + 20$$

1. Calculer $u(1)$.
 - (a) Quelle est la nature de la suite u ? Argumenter la réponse.
 - (b) Quel est le sens de variation de la suite u ? Justifier la réponse.
2. Sur la figure fournie en annexe à rendre avec la copie, les termes $u(0)$ et $u(1)$ de la suite sont représentés. Compléter la figure, en y représentant le terme $u(2)$ de la suite.
3. Parmi les situations suivantes, laquelle pourrait-être modélisée grâce à la suite u ? Justifier la réponse.
 - Situation A : une entreprise a vendu 200 unités d'un nouveau produit la première année. Chaque année elle en vend 10 % de plus que l'année précédente.
 - Situation B : une entreprise a vendu 200 unités d'un nouveau produit la première année. Chaque année elle en vend 20 % de plus que l'année précédente.
 - Situation C : une entreprise a vendu 200 unités d'un nouveau produit la première année. Chaque année elle en vend 20 de plus que l'année précédente.

Depuis l'an 2000, l'Union Européenne cherche à diminuer les émissions de polluants (hydrocarbures et oxydes d'azote) sur les moteurs diesel des véhicules roulants. En 2015, la norme tolérée était fixée à 130 milligrammes par kilomètre en conduite normalisée. L'objectif de l'Union Européenne est d'atteindre une émission de polluants inférieure à 60 milligramme par kilomètre. La norme est réactualisée chaque année à la baisse et depuis 2015, sa baisse est de 5,1% par an

- (a) Justifier que la norme tolérée était d'environ 123 milligrammes par kilomètre en 2016.
(b) Un véhicule émettait 120 milligrammes par kilomètre en 2017. Indiquer, en justifiant, s'il respectait ou non la norme tolérée cette année-là.
- Dans le cadre d'une recherche, Louise veut déterminer à partir de quelle année l'Union Européenne atteindra son objectif. Louise a amorcé l'algorithme ci-dessous programmé sous Python :

```
n=0
p=130
while ... ..
    n=n+1
    p= 0,949 *p
print (...)
```

- (a) Expliquer l'instruction « $p = 0,949 * p$ ».
(b) Deux lignes de l'algorithme comportent des cases vides. Recopier ces lignes et les compléter afin de permettre à Louise de déterminer l'année recherchée.
- Grâce à son algorithme, Louise a conclu qu'à partir de 2030 l'objectif de l'Union Européenne serait atteint. Vérifier à l'aide d'un calcul qu'elle a raison

Une entreprise de maintenance d'ascenseurs estime que le nombre d'interventions effectuées chaque année augmente régulièrement de 4%. En 2019, ses 20 salariés ont effectué 1 200 interventions.

- Combien peut-on prévoir d'interventions en 2020? En 2021?
- Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre annuel d'interventions effectuées par la société durant l'année 2019+ n . On a donc $u_0 = 1200$.
 - Pour tout entier naturel n , montrer que $u_{n+1} = 1,04u_n$ et en déduire la nature de la suite (u_n) .
 - Pour tout entier naturel n , exprimer u_n en fonction de n .
- L'entreprise estime que, lorsque le cap des 1 400 interventions annuelles sera dépassé, elle devra embaucher une personne supplémentaire. En quelle année l'entreprise devra-t-elle embaucher ce nouveau salarié?

L'entreprise décide d'embaucher un nouveau salarié à chaque palier de 200 interventions annuelles supplémentaires.

Le programme ci-dessous est écrit en Python :

```
def ascenseurs(n):
    L=[1200]
    for i in range(n):
        L.append(int(L[i]*1,04))
    return L
```

Lorsque l'instruction `ascenseurs(30)` est exécutée, l'algorithme renvoie la liste suivante :
[1200, 1248, 1297, 1348, 1401, 1457, 1515, 1575, 1638, 1703, 1771, 1841, 1914, 1990, 2069, 2151, 2237, 2326, 2419, 2515, 2615, 2719, 2827, 2940, 3057, 3179, 3306, 3438, 3575, 3718, 3866]

Combien de salariés comptera l'entreprise en 2049?