

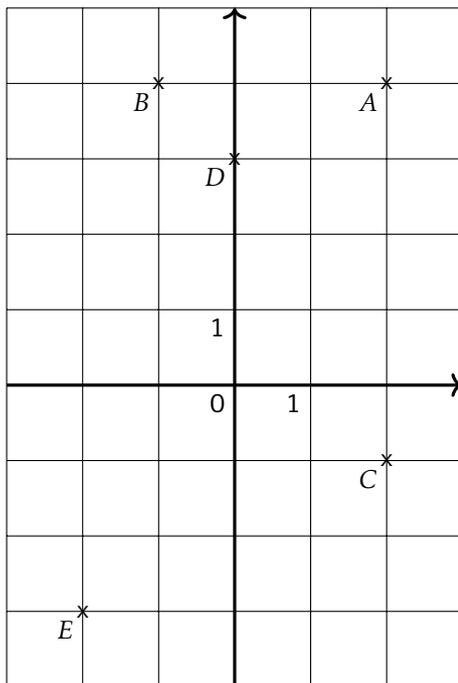
# Géométrie repérée - Solutions

2nd – Janvier 2023

Exercice 1

Solution

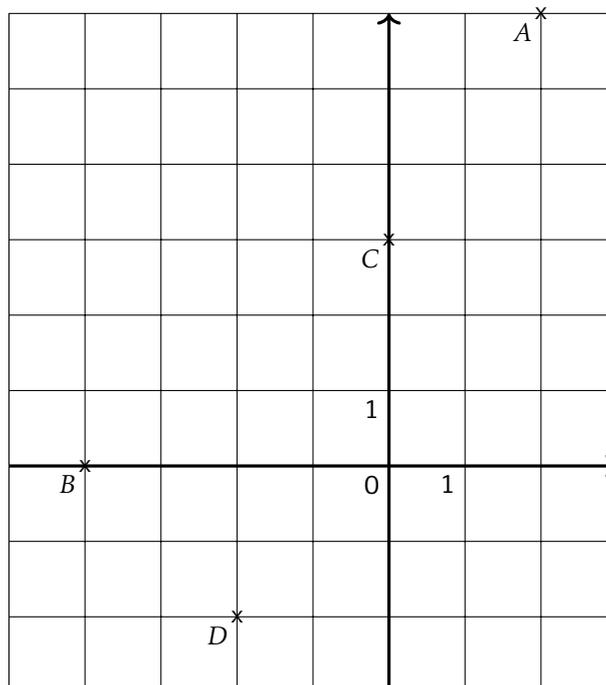
Milieu d'un segment



Exercice 3

Solution

Exercice technique



1. Coordonnées du milieu du segment  $[AB]$

$$x = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + (-4)}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \quad y = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{6 + 0}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Les coordonnées du milieu sont  $(-1; 3)$

2. Coordonnées du milieu du segment  $[CD]$

$$x = \frac{x_C + x_D}{2} = \frac{0 + (-2)}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \quad y = \frac{y_C + y_D}{2} = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2}$$

Les coordonnées du milieu sont  $(-1; \frac{1}{2})$

3. Coordonnées du milieu du segment  $[AD]$

$$x = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{2 + (-2)}{2} = 0 \quad y = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{6 + (-2)}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Les coordonnées du milieu sont  $(0; 2)$

4. Coordonnées du milieu du segment  $[CE]$

$$x = \frac{x_C + x_E}{2} = \frac{0 + 23}{2} = 11.5 \quad y = \frac{y_C + y_E}{2} = \frac{3 + 95}{2} = 49$$

Les coordonnées du milieu sont  $(11.5; 49)$

5. Coordonnées du milieu du segment  $[EA]$

$$x = \frac{x_A + x_E}{2} = \frac{2 + 23}{2} = 25 \quad y = \frac{y_A + y_E}{2} = \frac{6 + 95}{2} = 50.5$$

Les coordonnées du milieu sont  $(25; 50.5)$

6. Coordonnées du milieu du segment  $[EB]$

$$x = \frac{x_B + x_E}{2} = \frac{-4 + 23}{2} = 9.5 \quad y = \frac{y_B + y_E}{2} = \frac{0 + 95}{2} = 47.5$$

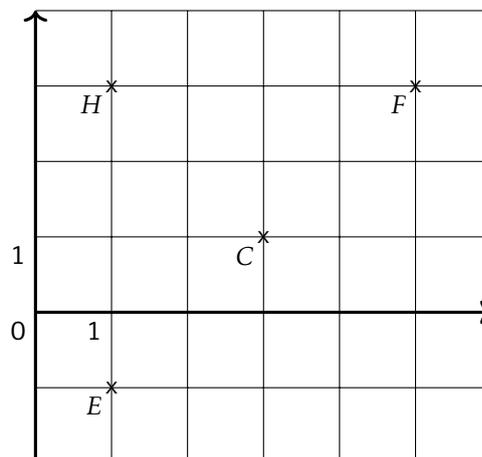
Les coordonnées du milieu sont  $(9.5; 47.5)$

## Exercice 4

## Solution

## Exercice technique

1.



2. On sait que  $E(1; -1)$ ,  $F(5; 3)$  et que  $C(3; 1)$

Or le milieu du segment  $[EF]$  se calcule de la manière suivante

$$x = \frac{x_E + x_F}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3 \quad y = \frac{y_E + y_F}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = 1$$

Donc  $C$  est bien le milieu du segment  $[EF]$ .

3. On note  $(x_G; y_G)$  les coordonnées du point  $G$ .

On sait que  $C$  est le milieu de  $HG$

Or d'après la formule du milieu

$$\begin{aligned} x_C &= \frac{x_H + x_G}{2} & y_C &= \frac{y_H + y_G}{2} \\ 3 &= \frac{1 + x_G}{2} & 1 &= \frac{3 + y_G}{2} \\ 6 &= 1 + x_G & 2 &= 3 + y_G \\ 5 &= x_G & -1 &= y_G \end{aligned}$$

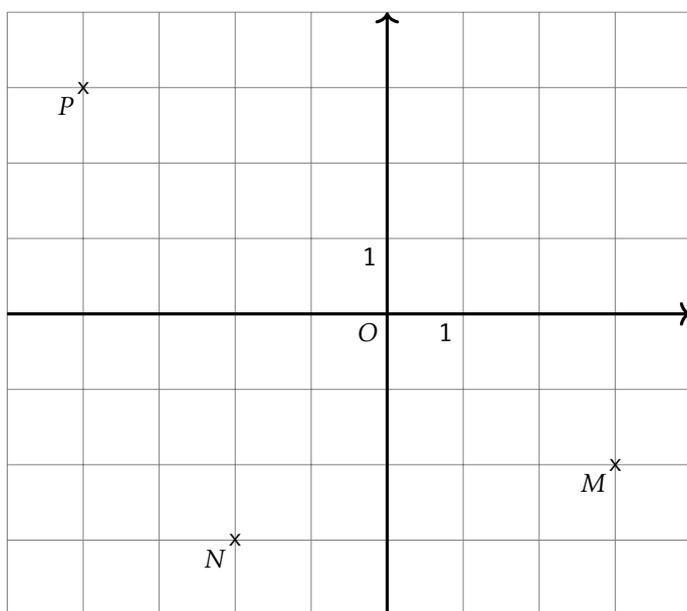
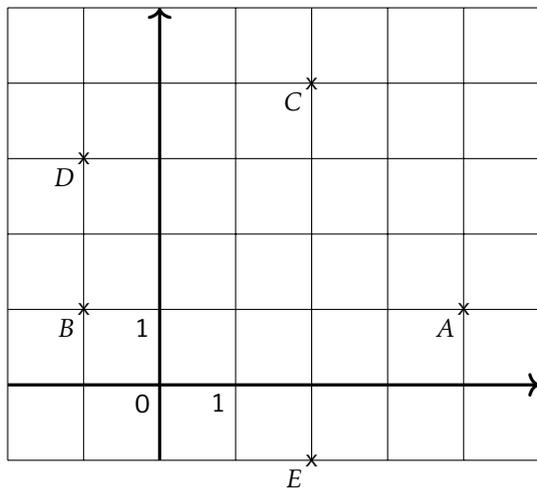
Donc  $G(5; -1)$

4. On sait que  $C$  est le milieu des diagonales de  $EGFH$

Or un quadrilatère qui a ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

Donc  $EGFH$  est un parallélogramme.

Remarque : On voit que c'est aussi un carré mais il faudrait encore du travail pour démontrer que s'en est un.



1.

2. Distance  $MN$ 

$$MN = \sqrt{(3 - (-2))^2 + (-2 - (-3))^2} = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$$

Distance  $MP$ 

$$MP = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (-2 - 3)^2} = \sqrt{7^2 + (-5)^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74}$$

Distance  $NP$ 

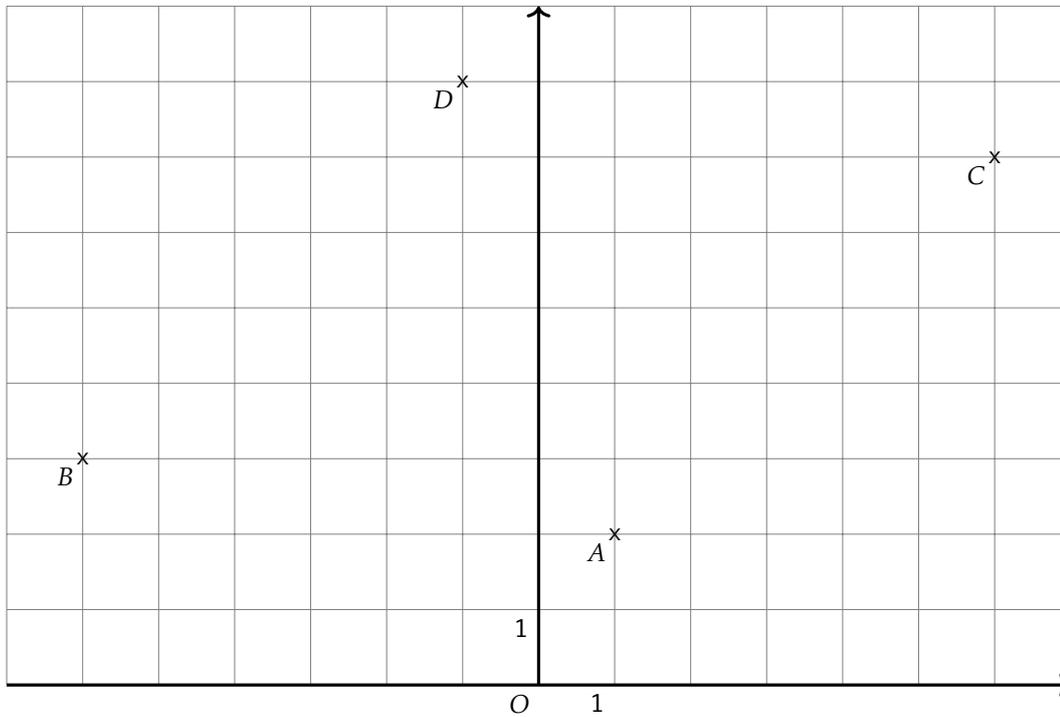
$$NP = \sqrt{(-2 - (-4))^2 + (-3 - 3)^2} = \sqrt{2^2 + (-6)^2} = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40}$$

3. On sait que  $NM = \sqrt{26}$ ,  $MP = \sqrt{74}$  et  $NP = \sqrt{40}$ 

Or

$$NM^2 + NP^2 = \sqrt{26}^2 + \sqrt{40}^2 = 26 + 40 = 66 \qquad MP^2 = \sqrt{74}^2 = 74$$

Donc  $NM^2 + NP^2 \neq MP^2$ Donc d'après le théorème de Pythagore le triangle  $MNP$  n'est pas un triangle rectangle.



On a l'impression que le quadrilatère  $BACD$  est un losange. Pour le démontrer on va calculer la longueur de ses côtés.

- Distance  $AB$

$$AB = \sqrt{(1 - (-6))^2 + (2 - (-3))^2} = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50}$$

- Distance  $BD$

$$BD = \sqrt{(-6 - (-1))^2 + (3 - 8)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50}$$

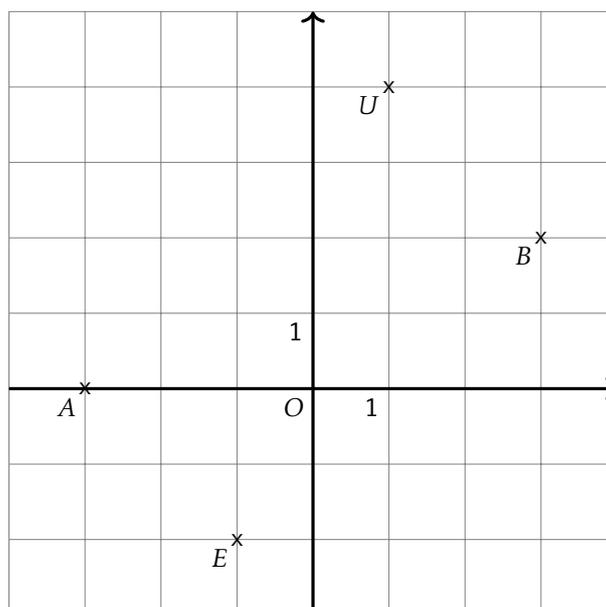
- Distance  $DC$

$$DC = \sqrt{(6 - (-1))^2 + (7 - 8)^2} = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50}$$

- Distance  $CA$

$$CA = \sqrt{(6 - 1)^2 + (7 - 2)^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50}$$

Les quatre côtés du quadrilatère ont la même longueur, c'est donc un losange.



1. Coordonnées du milieu de  $[BA]$

$$x = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3 + 3}{2} = 0 \quad y = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0 + (-2)}{2} = -1$$

2. Coordonnées du milieu de  $[EU]$

$$x = \frac{x_E + x_U}{2} = \frac{-1 + 1}{2} = 0 \quad y = \frac{y_E + y_U}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = 1$$

3. On a l'impression que le triangle  $BEA$  est un triangle rectangle.

- Longueur  $BE$

$$BE = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (2 - (-2))^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32}$$

- Longueur  $EA$

$$EA = \sqrt{(-1 - (-3))^2 + (-2 - 0)^2} = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

- Longueur  $AB$

$$AB = \sqrt{(3 - (-3))^2 + (2 - 0)^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40}$$

Donc

$$BE^2 + EA^2 = \sqrt{32}^2 + \sqrt{8}^2 = 32 + 8 = 40 \quad AB^2 = \sqrt{40}^2 = 40$$

Donc on sait que  $BE^2 + EA^2 = AB^2$

Donc d'après le théorème de Pythagore, le triangle  $BEA$  est rectangle en  $E$ .

4. On sait que  $BEAU$  est un quadrilatère et que les diagonales se coupent en leur milieu (questions 1 et 2)

Or un quadrilatère qui a ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

Donc  $BEAU$  est un parallélogramme.

De plus, on sait que l'angle  $\widehat{BEA}$  est un angle droit (question 3)

Or un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle.

Donc  $BEAU$  est un rectangle.

## Exercice 12

## Solution

Presque

1. Longueur  $AC$

$$AC = \sqrt{(-50 - 50)^2 + (100 - (-100))^2} = \sqrt{(-100)^2 + 200^2} = \sqrt{50000}$$

2. Il faut calculer les longueurs  $AB$  et  $BC$  puis appliquer le théorème de Pythagore. C'est la même rédaction que la question 3 de l'exercice 11. Le triangle est rectangle.

3. Il faut calculer les longueurs  $AD$  et  $DC$  puis appliquer le théorème de Pythagore. C'est la même rédaction que la question 3 de l'exercice 11. Le triangle n'est pas rectangle.

4. On sait que  $ABCD$  est un quadrilatère et le triangle  $ACD$  n'est pas rectangle. Or un carré est un quadrilatère qui a 4 angles droits et 4 côtés de même longueur. Donc  $ABCD$  n'est pas un carré.

## Exercice 15

## Solution

Ensemble  $y = 2x$

1. Les points de l'ensemble  $(a)$  vérifie  $y = 2x$  donc leur ordonnée doit être deux fois plus grand que leur abscisse.

- Pour le point  $U$

$$2x = 2 \times 2 = 4 = y$$

Donc le point  $U$  appartient à  $(a)$

- Pour le point  $V$

$$2x = 2 \times 1 = 2 \neq -1 = y$$

Donc le point  $V$  n'appartient pas à  $(a)$

- Pour le point  $W$

$$2x = 2 \times -2 = -4 = y$$

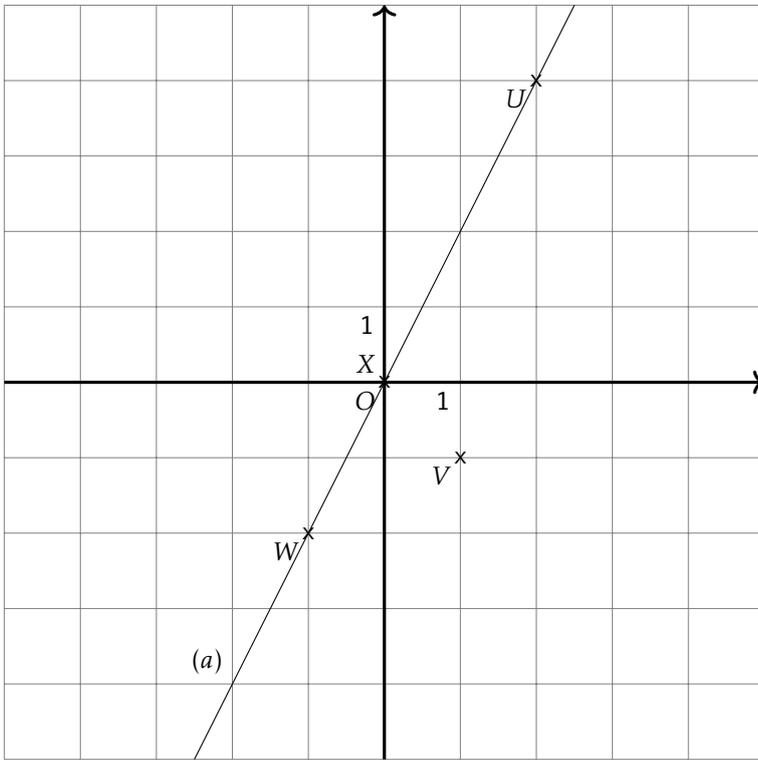
Donc le point  $W$  appartient à  $(a)$

- Pour le point  $X$

$$2x = 2 \times 0 = 0 = y$$

Donc le point  $X$  appartient à  $(a)$

2.



**Exercice 16**

**Solution**

**Ensemble  $y = -x$**

1. Les points de l'ensemble (b) vérifie  $y = -x$  donc leur ordonnée doit être opposé à leur abscisse.

- Pour le point  $U$

$$-x = 2 = -2 \neq 4 = y$$

Donc le point  $U$  n'appartient pas à (b)

- Pour le point  $V$

$$-x = -1 = y$$

Donc le point  $V$  appartient à (b)

- Pour le point  $W$

$$-x = -(-1) = 1 \neq -2 = y$$

Donc le point  $W$  n'appartient pas à (b)

- Pour le point  $X$

$$-x = -0 = 0 = y$$

Donc le point  $X$  appartient à (b)

2.

