

Coordonnées de vecteurs - Solutions

2nd – avril 2023

Exercice 1

Solution

Coordonnée et repère

1.

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

2.

3.

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -3 \\ -8 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -6 \\ -5 \end{pmatrix}$$

4.

$$Z(-1; 2) \quad Y(0; 2) \quad X(1; -4) \quad S(3; 2)$$

Exercice 2

Solution

Calculs de coordonnées

$$1. \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - 2 \\ 1 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$2. \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 - 2 \\ -3 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$3. \overrightarrow{DE} = \begin{pmatrix} x_E - x_D \\ y_E - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 0 \\ -6 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Exercice 3

Solution

Égalité entre vecteurs

1. (a) On calcule les coordonnées de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} .

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 - (-2) \\ 3 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -2 - 1 \\ -1 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Donc les vecteurs ne sont pas égaux. Par contre, on peut noter que les coordonnées sont opposés, donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont opposés (même direction, même longueur, mais sens opposé)

(b) On calcule les coordonnées de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} .

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 - 0 \\ 0 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 1 - 0 \\ -1 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. On calcule les coordonnées de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} .

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 - 1 \\ 4 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} x - 1 \\ 6 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Pour que les vecteurs soient égaux il faut que leurs coordonnées soient égales. Il faut donc que

$$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Donc il faut que $x = 1$.

3. On calcule les coordonnées de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} .

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -1 - (x - 1) \\ y - 5 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y - 7 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 4 - 0 \\ 3 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Pour que les vecteurs soient égaux il faut que leurs coordonnées soient égales. Il faut donc que

$$x = 4$$

$$y - 7 = 1 \Leftrightarrow y = 8$$

Donc il faut que $x = 4$ et que $y = 8$.