# Fonction dérivée - Solutions

1ST – janvier 2023

## Exercice 8 — Solution — Calculs de dérivée

1. $f(x) = -6x - 7$
$$f'(x) = -6$$
2. $g(x) = 10x + 3$
$$g'(x) = 10$$
3. $h(x) = -4x - 3$
$$h'(x) = -4$$
4. $i(x) = -10x - 7$
$$i'(x) = -10$$
5. $j(x) = -8x - 4$
$$j'(x) = -8$$
6. $k(x) = -3x^2 + 8x - 1$
$$k'(x) = -6x + 8$$
7. $l(x) = -10x + 6$
$$l'(x) = -10$$
8. $m(x) = 10x^2 + 5x + 6$
$$m'(x) = 20x + 5$$
9. $n(x) = -10x^2 + 6x - 2$
$$n'(x) = -20x + 6$$
10. $o(x) = 5x^2$
$$o'(x) = 10x$$
11. $p(x) = -9x^2 + 4x$
$$p'(x) = -18x + 4$$
12. $q(x) = -2x^2 - 4$
$$q'(x) = -4x$$

## Exercice 9 — Solution — Fonction affines - technique

1. Étude de la fonction $f(x) = -8x + 5$
   - Fonction dérivée : $f'(x) = -8$
   - Comme $-8 < 0$ la fonction est décroissante

| $x$ | |
|---|---|
| Signe de $f'(x)$ | $-$ |
| Variations de $f(x)$ | $\searrow$ |

2. Étude de la fonction $g(x) = -9x - 6$
   - Fonction dérivée : $g'(x) = -9$
   - Comme $-9 < 0$ la fonction est décroissante

| $x$ | |
|---|---|
| Signe de $f'(x)$ | $-$ |
| Variations de $f(x)$ | $\searrow$ |

3. Étude de la fonction $h(x) = -2x + 8$
   - Fonction dérivée : $h'(x) = -2$

- Comme $-2 < 0$ la fonction est décroissante

| $x$ | |
|---|---|
| Signe de $f'(x)$ | $-$ |
| Variations de $f(x)$ | $\searrow$ |

4. Étude de la fonction $i(x) = -5x - 4$
    - Fonction dérivée : $i'(x) = -5$
    - Comme $-5 < 0$ la fonction est décroissante

| $x$ | |
|---|---|
| Signe de $f'(x)$ | $-$ |
| Variations de $f(x)$ | $\searrow$ |

## Exercice 10 — Solution — Fonction affines - technique

1. Étude de la fonction $f(x) = 3x^2 + 10x - 3$
    - Fonction dérivée : $f'(x) = 6x + 10$
    - On résout l'inéquation $f'(x) \geq 0$ pour déterminer quand la fonction $f'$ est positive.

$$\begin{aligned} f(x) &\geq 0 \\ 6x + 10 &\geq 0 \\ 6x + 10 + -10 &\geq 0 + -10 \\ 6x &\geq -10 \\ \frac{6x}{6} &\geq \frac{-10}{6} \\ x &\geq \frac{-5}{3} \end{aligned}$$

Donc $f(x)$ est positif quand $x$ est plus **grand** que $\frac{-5}{3}$

| $x$ | | $\frac{-5}{3}$ | |
|---|---|---|---|
| Signe de $f'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| Variations de $f(x)$ | $\searrow$ | $f(\frac{-5}{3}) = \frac{-102}{9}$ | $\nearrow$ |

2. Étude de la fonction $g(x) = 4x^2 + 2x - 2$
    - Fonction dérivée : $g'(x) = 8x + 2$

- On résout l'inéquation $g'(x) \geq 0$ pour déterminer quand la fonction $g'$ est positive.

$$\begin{aligned} g(x) &\geq 0 \\ 8x + 2 &\geq 0 \\ 8x + 2 + -2 &\geq 0 + -2 \\ 8x &\geq -2 \\ \frac{8x}{8} &\geq \frac{-2}{8} \\ x &\geq \frac{-1}{4} \end{aligned}$$

Donc $g(x)$ est positif quand $x$ est plus **grand** que $\frac{-1}{4}$

- 

| $x$ | | $\frac{-1}{4}$ | |
|---|---|---|---|
| Signe de $f'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| Variations de $f(x)$ | $\searrow$ | $f(\frac{-1}{4}) = \frac{-36}{16}$ | $\nearrow$ |

3. Étude de la fonction $h(x) = -4x^2 + 2x - 7$
   - Fonction dérivée : $h'(x) = -8x + 2$
   - On résout l'inéquation $h'(x) \geq 0$ pour déterminer quand la fonction $h'$ est positive.

$$\begin{aligned} h(x) &\geq 0 \\ -8x + 2 &\geq 0 \\ -8x + 2 + -2 &\geq 0 + -2 \\ -8x &\geq -2 \\ \frac{-8x}{-8} &\leq \frac{-2}{-8} \\ x &\leq \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Donc $h(x)$ est positif quand $x$ est plus **petit** que $\frac{1}{4}$

- 

| $x$ | | $\frac{1}{4}$ | |
|---|---|---|---|
| Signe de $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| Variations de $f(x)$ | $\nearrow$ | $f(\frac{1}{4}) = \frac{-108}{16}$ | $\searrow$ |

4. Étude de la fonction $i(x) = -9x^2 + 9x - 9$
   - Fonction dérivée : $i'(x) = -18x + 9$

- On résout l'inéquation $i'(x) \geq 0$ pour déterminer quand la fonction $i'$ est positive.

$$i(x) \geq 0$$
$$-18x + 9 \geq 0$$
$$-18x + 9 + -9 \geq 0 + -9$$
$$-18x \geq -9$$
$$\frac{-18x}{-18} \leq \frac{-9}{-18}$$
$$x \leq \frac{1}{2}$$

Donc $i(x)$ est positif quand $x$ est plus **petit** que $\frac{1}{2}$

| $x$ | | $\frac{1}{2}$ | |
|---|---|---|---|
| Signe de $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| Variations de $f(x)$ | $\nearrow$ | $f(\frac{1}{2}) = \frac{-27}{4}$ | $\searrow$ |

-

5. Étude de la fonction $j(x) = -x^2 + 8x + 4$
   - Fonction dérivée : $j'(x) = -2x + 8$
   - On résout l'inéquation $j'(x) \geq 0$ pour déterminer quand la fonction $j'$ est positive.

$$j(x) \geq 0$$
$$-2x + 8 \geq 0$$
$$-2x + 8 + -8 \geq 0 + -8$$
$$-2x \geq -8$$
$$\frac{-2x}{-2} \leq \frac{-8}{-2}$$
$$x \leq 4$$

Donc $j(x)$ est positif quand $x$ est plus **petit** que $4$

| $x$ | | $4$ | |
|---|---|---|---|
| Signe de $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| Variations de $f(x)$ | $\nearrow$ | $f(4) = 20$ | $\searrow$ |

-

6. Étude de la fonction $k(x) = 6x^2 + 9x + 9$
   - Fonction dérivée : $k'(x) = 12x + 9$

- On résout l'inéquation $k'(x) \geq 0$ pour déterminer quand la fonction $k'$ est positive.

$$
\begin{aligned}
k(x) &\geq 0 \\
12x + 9 &\geq 0 \\
12x + 9 + -9 &\geq 0 + -9 \\
12x &\geq -9 \\
\frac{12x}{12} &\geq \frac{-9}{12} \\
x &\geq \frac{-3}{4}
\end{aligned}
$$

Donc $k(x)$ est positif quand $x$ est plus **grand** que $\frac{-3}{4}$

| $x$ | | $\frac{-3}{4}$ | |
|---|---|---|---|
| Signe de $f'(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| Variations de $f(x)$ | $\searrow$ | $f(\frac{-3}{4}) = \frac{90}{16}$ | $\nearrow$ |