Devoir maison: DM5

Première S 2 – À rendre le 02 mars 2015 **Sujet 1**

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié. Vous rendrez le sujet avec la copie.

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes

$$6x^2+7x+7 \quad > \quad 0$$

Solution: On commence par calculer le discriminant de $P(x)=6x^2+7x+7$.

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ \Delta &= 7^2-4\times 6\times 7\\ \Delta &= 49-4\times 42\\ \Delta &= 49-168\\ \Delta &= -119\end{aligned}$$

Alors $\Delta=-119<0$ donc P n'a pas de racine.
Comme $a=6$, on en déduit le tableau de signe de P On regarde maintenant où sont les + dans le tableau de signe pour résoudre l'inéquation.

$$-6x^2+10x+1 \quad \leq \quad 0$$

Solution: On commence par calculer le discriminant de $Q(x)=-6x^2+10x+1$.

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2-4ac\\ \Delta &= 10^2-4-6\times 1\\ \Delta &= 100-4\times(-6)\\ \Delta &= 100-(-24)\\ \Delta &= 124\end{aligned}$$

comme $\Delta=124>0$ donc Q a deux racines

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{10-\sqrt{124}}{2\times -6}=\frac{5}{6}+\frac{\sqrt{31}}{6}\\ x_2 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{10+\sqrt{124}}{2\times -6}=-\frac{\sqrt{31}}{6}+\frac{5}{6}\end{aligned}$$

Comme $a=-6$, on en déduit le tableau de signe de Q On regarde maintenant où sont les – dans le tableau de signe pour résoudre l'inéquation.

$$6x^2+7x+7 \quad \geq \quad -6x^2+10x+1$$

Solution: On commence par se ramener à une équation de la forme $ax^2 + bx + c \geq 0$.

$$\begin{array}{rcl} 6x^2+7x+7 \geq -6x^2+10x+1 & \Leftrightarrow & 6x^2+7x+7-(-6x^2+10x+1) \geq 0 \\ & \Leftrightarrow & 6x^2+7x+7-(-6x^2+10x+1) \geq 0 \\ & \Leftrightarrow & 6x^2+7x+7+6x^2-10x-1 \geq 0 \\ & \Leftrightarrow & (6+6)x^2+(7-10)x+7-1 \geq 0 \\ & \Leftrightarrow & 12x^2-3x+6 \geq 0 \end{array}$$

Ensuite on étudie le signe de $R(X) = 12x^2 - 3x + 6$.

$$\begin{array}{rcl} \Delta & = & b^2-4ac \\ \Delta & = & -3^2-4\times 12\times 6 \\ \Delta & = & 9-4\times 72 \\ \Delta & = & 9-288 \\ \Delta & = & -279 \end{array}$$

Alors $\Delta = -279 < 0$ donc R n'a pas de racine.
Comme $a = 12$, on en déduit le tableau de signe de R On regarde maintenant où sont les + dans le tableau de signe pour résoudre l'inéquation.

Exercice 2

Tracer le tableau de variation des fonctions suivantes *(Vous pouvez utiliser les nombres à virgules)*

1 $f : x \mapsto -2x^3 - 4x^2 + x + 8$

Solution: Pour avoir les variations de f, il faut connaître le signe de sa dérivé. On dérive P

$$\begin{array}{rcl} f'(x) & = & 3\times(-2)x^2+2\times(-4)x+1\times 1 \\ f'(x) & = & -6x^2-8x+1 \end{array}$$

On étudie le signe de P'
Ensuite on étudie le signe de $f'(x) = -6x^2 - 8x + 1$.

$$\begin{array}{rcl} \Delta & = & b^2-4ac \\ \Delta & = & -8^2-4-6\times 1 \\ \Delta & = & 64-4\times(-6) \\ \Delta & = & 64-(-24) \\ \Delta & = & 88 \end{array}$$

comme $\Delta = 88 > 0$ donc f' a deux racines

$$\begin{array}{rcl} x_1 & = & \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-8-\sqrt{88}}{2\times -6} = -\dfrac{2}{3} + \dfrac{\sqrt{22}}{6} \\ x_2 & = & \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-8+\sqrt{88}}{2\times -6} = -\dfrac{\sqrt{22}}{6} - \dfrac{2}{3} \end{array}$$

Comme $a = -6$, on en déduit le tableau de signe de f'

2 $g : x \mapsto -10x^3 - 6x^2 + 8x + 7$

Solution: Pour avoir les variations de g, il faut connaître le signe de sa dérivé. On dérive P

$$\begin{array}{rcl} g'(x) & = & 3\times(-10)x^2+2\times(-6)x+1\times 8 \\ g'(x) & = & -30x^2-12x+8 \end{array}$$

On étudie le signe de P'
Ensuite on étudie le signe de $g'(x) = -30x^2 - 12x + 8$.

$$\begin{array}{rcl}\Delta &=& b^2 - 4ac \\ \Delta &=& -12^2 - 4 - 30 \times 8 \\ \Delta &=& 144 - 4 \times (-240) \\ \Delta &=& 144 - (-960) \\ \Delta &=& 1104\end{array}$$

comme $\Delta = 1104 > 0$ donc g' a deux racines

$$\begin{array}{rcl}x_1 &=& \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-12-\sqrt{1104}}{2\times -30} = -\frac{1}{5} + \frac{\sqrt{69}}{15} \\ x_2 &=& \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-12+\sqrt{1104}}{2\times -30} = -\frac{\sqrt{69}}{15} - \frac{1}{5}\end{array}$$

Comme $a = -30$, on en déduit le tableau de signe de g'

3 $h : x \mapsto -7x^2 - 5x - 5 - f(x)$

Solution: On commence par simplifier l'expression de h

$$\begin{array}{rcl}h(x) &=& -7x^2 - 5x - 5 - f(x) \\ h(x) &=& -7x^2 - 5x - 5 - (-2x^3 - 4x^2 + x + 8) \\ h(x) &=& -7x^2 - 5x - 5 + 2x^3 + 4x^2 - x - 8 \\ h(x) &=& 2x^3 + (-7+4)x^2 + (-5-1)x - 5 - 8 \\ h(x) &=& 2x^3 - 3x^2 - 6x - 13\end{array}$$

Pour avoir les variations de h, il faut connaître le signe de sa dérivé. On dérive P

$$\begin{array}{rcl}h'(x) &=& 3\times 2x^2 + 2\times(-3)x + 1\times(-6) \\ h'(x) &=& 6x^2 - 6x - 6\end{array}$$

On étudie le signe de P'
Ensuite on étudie le signe de $h'(x) = 6x^2 - 6x - 6$.

$$\begin{array}{rcl}\Delta &=& b^2 - 4ac \\ \Delta &=& -6^2 - 4\times 6\times(-6) \\ \Delta &=& 36 - 4\times(-36) \\ \Delta &=& 36 - (-144) \\ \Delta &=& 180\end{array}$$

comme $\Delta = 180 > 0$ donc h' a deux racines

$$\begin{array}{rcl}x_1 &=& \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6-\sqrt{180}}{2\times 6} = -\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} \\ x_2 &=& \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6+\sqrt{180}}{2\times 6} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\end{array}$$

Comme $a = 6$, on en déduit le tableau de signe de h'

Exercice 3

Appliquer l'algorithme de tri vu en cours à la suite suivante

6914	6851	6532	6884	6164	6495

Devoir maison: DM5

Première S 2 – À rendre le 02 mars 2015 **Sujet 2**

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié. Vous rendrez le sujet avec la copie.

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes

$$8x^2 + 3x + 6 \quad > \quad 0$$

Solution: On commence par calculer le discriminant de $P(x) = 8x^2 + 3x + 6$.

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2 - 4ac \\
\Delta &= 3^2 - 4 \times 8 \times 6 \\
\Delta &= 9 - 4 \times 48 \\
\Delta &= 9 - 192 \\
\Delta &= -183
\end{aligned}$$

Alors $\Delta = -183 < 0$ donc P n'a pas de racine.
Comme $a = 8$, on en déduit le tableau de signe de P On regarde maintenant où sont les + dans le tableau de signe pour résoudre l'inéquation.

$$-2x^2 - 6x - 9 \quad \leq \quad 0$$

Solution: On commence par calculer le discriminant de $Q(x) = -2x^2 - 6x - 9$.

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2 - 4ac \\
\Delta &= -6^2 - 4 - 2 \times (-9) \\
\Delta &= 36 - 4 \times 18 \\
\Delta &= 36 - 72 \\
\Delta &= -36
\end{aligned}$$

Alors $\Delta = -36 < 0$ donc Q n'a pas de racine.
Comme $a = -2$, on en déduit le tableau de signe de Q On regarde maintenant où sont les – dans le tableau de signe pour résoudre l'inéquation.

$$8x^2 + 3x + 6 \quad \geq \quad -2x^2 - 6x - 9$$

Solution: On commence par se ramener à une équation de la forme $ax^2 + bx + c \geq 0$.

$$\begin{aligned}
8x^2 + 3x + 6 \geq -2x^2 - 6x - 9 \quad &\Leftrightarrow \quad 8x^2 + 3x + 6 - (-2x^2 - 6x - 9) \geq 0 \\
&\Leftrightarrow \quad 8x^2 + 3x + 6 - (-2x^2 - 6x - 9) \geq 0 \\
&\Leftrightarrow \quad 8x^2 + 3x + 6 + 2x^2 + 6x + 9 \geq 0 \\
&\Leftrightarrow \quad (8+2)x^2 + (3+6)x + 6 + 9 \geq 0 \\
&\Leftrightarrow \quad 10x^2 + 9x + 15 \geq 0
\end{aligned}$$

Ensuite on étudie le signe de $R(X) = 10x^2 + 9x + 15$.

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac\\ \Delta &= 9^2 - 4 \times 10 \times 15\\ \Delta &= 81 - 4 \times 150\\ \Delta &= 81 - 600\\ \Delta &= -519\end{aligned}$$

Alors $\Delta = -519 < 0$ donc R n'a pas de racine.
Comme $a = 10$, on en déduit le tableau de signe de R On regarde maintenant où sont les + dans le tableau de signe pour résoudre l'inéquation.

Exercice 2

Tracer le tableau de variation des fonctions suivantes *(Vous pouvez utiliser les nombres à virgules)*

1 $f : x \mapsto 8x^3 + 8x^2 - 2x + 4$

Solution: Pour avoir les variations de f, il faut connaître le signe de sa dérivé. On dérive P

$$\begin{aligned}f'(x) &= 3 \times 8x^2 + 2 \times 8x + 1 \times (-2)\\ f'(x) &= 24x^2 + 16x - 2\end{aligned}$$

On étudie le signe de P'
Ensuite on étudie le signe de $f'(x) = 24x^2 + 16x - 2$.

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac\\ \Delta &= 16^2 - 4 \times 24 \times (-2)\\ \Delta &= 256 - 4 \times (-48)\\ \Delta &= 256 - (-192)\\ \Delta &= 448\end{aligned}$$

comme $\Delta = 448 > 0$ donc f' a deux racines

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{16 - \sqrt{448}}{2 \times 24} = -\frac{\sqrt{7}}{6} - \frac{1}{3}\\ x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{16 + \sqrt{448}}{2 \times 24} = -\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{7}}{6}\end{aligned}$$

Comme $a = 24$, on en déduit le tableau de signe de f'

2 $g : x \mapsto 2x^3 - 5x^2 + 6x - 5$

Solution: Pour avoir les variations de g, il faut connaître le signe de sa dérivé. On dérive P

$$\begin{aligned}g'(x) &= 3 \times 2x^2 + 2 \times (-5)x + 1 \times 6\\ g'(x) &= 6x^2 - 10x + 6\end{aligned}$$

On étudie le signe de P'
Ensuite on étudie le signe de $g'(x) = 6x^2 - 10x + 6$.

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac\\ \Delta &= -10^2 - 4 \times 6 \times 6\\ \Delta &= 100 - 4 \times 36\\ \Delta &= 100 - 144\\ \Delta &= -44\end{aligned}$$

Alors $\Delta = -44 < 0$ donc g' n'a pas de racine.
Comme $a = 6$, on en déduit le tableau de signe de g'

3 $h : x \mapsto -6x^2 + 4x + 7 - f(x)$

Solution: On commence par simplifier l'expression de h

$$\begin{array}{rcl} h(x) &=& -6x^2 + 4x + 7 - f(x) \\ h(x) &=& -6x^2 + 4x + 7 - (8x^3 + 8x^2 - 2x + 4) \\ h(x) &=& -6x^2 + 4x + 7 - 8x^3 - 8x^2 + 2x - 4 \\ h(x) &=& -8x^3 + (-6 - 8)x^2 + (4 + 2)x + 7 - 4 \\ h(x) &=& -8x^3 - 14x^2 + 6x + 3 \end{array}$$

Pour avoir les variations de h, il faut connaître le signe de sa dérivé. On dérive P

$$\begin{array}{rcl} h'(x) &=& 3 \times (-8)x^2 + 2 \times (-14)x + 1 \times 6 \\ h'(x) &=& -24x^2 - 28x + 6 \end{array}$$

On étudie le signe de P'
Ensuite on étudie le signe de $h'(x) = -24x^2 - 28x + 6$.

$$\begin{array}{rcl} \Delta &=& b^2 - 4ac \\ \Delta &=& -28^2 - 4 - 24 \times 6 \\ \Delta &=& 784 - 4 \times (-144) \\ \Delta &=& 784 - (-576) \\ \Delta &=& 1360 \end{array}$$

comme $\Delta = 1360 > 0$ donc h' a deux racines

$$\begin{array}{rcl} x_1 &=& \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-28 - \sqrt{1360}}{2 \times -24} = -\dfrac{7}{12} + \dfrac{\sqrt{85}}{12} \\ x_2 &=& \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-28 + \sqrt{1360}}{2 \times -24} = -\dfrac{\sqrt{85}}{12} - \dfrac{7}{12} \end{array}$$

Comme $a = -24$, on en déduit le tableau de signe de h'

Exercice 3

Appliquer l'algorithme de tri vu en cours à la suite suivante

6914	6851	6532	6884	6164	6495

Devoir maison: DM5

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié. Vous rendrez le sujet avec la copie.

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes

$$4x^2 + 7x + 1 \quad > \quad 0$$

Solution: On commence par calculer le discriminant de $P(x) = 4x^2 + 7x + 1$.

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2 - 4ac \\
\Delta &= 7^2 - 4 \times 4 \times 1 \\
\Delta &= 49 - 4 \times 4 \\
\Delta &= 49 - 16 \\
\Delta &= 33
\end{aligned}$$

comme $\Delta = 33 > 0$ donc P a deux racines

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 - \sqrt{33}}{2 \times 4} = -\frac{7}{8} - \frac{\sqrt{33}}{8} \\
x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 + \sqrt{33}}{2 \times 4} = -\frac{7}{8} + \frac{\sqrt{33}}{8}
\end{aligned}$$

Comme $a = 4$, on en déduit le tableau de signe de P On regarde maintenant où sont les + dans le tableau de signe pour résoudre l'inéquation.

$$3x^2 + 4x - 1 \quad \leq \quad 0$$

Solution: On commence par calculer le discriminant de $Q(x) = 3x^2 + 4x - 1$.

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2 - 4ac \\
\Delta &= 4^2 - 4 \times 3 \times (-1) \\
\Delta &= 16 - 4 \times (-3) \\
\Delta &= 16 - (-12) \\
\Delta &= 28
\end{aligned}$$

comme $\Delta = 28 > 0$ donc Q a deux racines

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - \sqrt{28}}{2 \times 3} = -\frac{\sqrt{7}}{3} - \frac{2}{3} \\
x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + \sqrt{28}}{2 \times 3} = -\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{7}}{3}
\end{aligned}$$

Comme $a = 3$, on en déduit le tableau de signe de Q On regarde maintenant où sont les – dans le tableau de signe pour résoudre l'inéquation.

$$4x^2+7x+1 \quad \geq \quad 3x^2+4x-1$$

Solution: On commence par se ramener à une équation de la forme $ax^2+bx+c \geq 0$.

$$\begin{aligned}
4x^2+7x+1 \geq 3x^2+4x-1 \quad &\Leftrightarrow \quad 4x^2+7x+1-(3x^2+4x-1) \geq 0 \\
&\Leftrightarrow \quad 4x^2+7x+1-(3x^2+4x-1) \geq 0 \\
&\Leftrightarrow \quad 4x^2+7x+1-3x^2-4x+1 \geq 0 \\
&\Leftrightarrow \quad (4-3)x^2+(7-4)x+1+1 \geq 0 \\
&\Leftrightarrow \quad x^2+3x+2 \geq 0
\end{aligned}$$

Ensuite on étudie le signe de $R(X) = x^2+3x+2$.

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2-4ac \\
\Delta &= 3^2-4\times1\times2 \\
\Delta &= 9-4\times2 \\
\Delta &= 9-8 \\
\Delta &= 1
\end{aligned}$$

comme $\Delta = 1 > 0$ donc R a deux racines

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3-\sqrt{1}}{2\times1} = -2 \\
x_2 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3+\sqrt{1}}{2\times1} = -1
\end{aligned}$$

Comme $a = 1$, on en déduit le tableau de signe de R On regarde maintenant où sont les + dans le tableau de signe pour résoudre l'inéquation.

Exercice 2

Tracer le tableau de variation des fonctions suivantes *(Vous pouvez utiliser les nombres à virgules)*

1 $f : x \mapsto -8x^3-6x^2-2x-2$

Solution: Pour avoir les variations de f, il faut connaître le signe de sa dérivé. On dérive P

$$\begin{aligned}
f'(x) &= 3\times(-8)x^2+2\times(-6)x+1\times(-2) \\
f'(x) &= -24x^2-12x-2
\end{aligned}$$

On étudie le signe de P'
Ensuite on étudie le signe de $f'(x) = -24x^2-12x-2$.

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2-4ac \\
\Delta &= -12^2-4-24\times(-2) \\
\Delta &= 144-4\times48 \\
\Delta &= 144-192 \\
\Delta &= -48
\end{aligned}$$

Alors $\Delta = -48 < 0$ donc f' n'a pas de racine.
Comme $a = -24$, on en déduit le tableau de signe de f'

2 $g : x \mapsto 5x^3-6x^2-5x+2$

Solution: Pour avoir les variations de g, il faut connaître le signe de sa dérivé. On dérive P

$$
\begin{aligned}
g'(x) &= 3\times 5x^2+2\times(-6)x+1\times(-5)\\
g'(x) &= 15x^2-12x-5
\end{aligned}
$$

On étudie le signe de P'
Ensuite on étudie le signe de $g'(x)=15x^2-12x-5$.

$$
\begin{aligned}
\Delta &= b^2-4ac\\
\Delta &= -12^2-4\times 15\times(-5)\\
\Delta &= 144-4\times(-75)\\
\Delta &= 144-(-300)\\
\Delta &= 444
\end{aligned}
$$

comme $\Delta=444>0$ donc g' a deux racines

$$
\begin{aligned}
x_1 &= \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-12-\sqrt{444}}{2\times 15}=-\frac{\sqrt{111}}{15}+\frac{2}{5}\\
x_2 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-12+\sqrt{444}}{2\times 15}=\frac{2}{5}+\frac{\sqrt{111}}{15}
\end{aligned}
$$

Comme $a=15$, on en déduit le tableau de signe de g'

3 $h : x \mapsto 3x^2+10x+2-f(x)$

Solution: On commence par simplifier l'expression de h

$$
\begin{aligned}
h(x) &= 3x^2+10x+2-f(x)\\
h(x) &= 3x^2+10x+2-(-8x^3-6x^2-2x-2)\\
h(x) &= 3x^2+10x+2+8x^3+6x^2+2x+2\\
h(x) &= 8x^3+(3+6)x^2+(10+2)x+2+2\\
h(x) &= 8x^3+9x^2+12x+4
\end{aligned}
$$

Pour avoir les variations de h, il faut connaître le signe de sa dérivé. On dérive P

$$
\begin{aligned}
h'(x) &= 3\times 8x^2+2\times 9x+1\times 12\\
h'(x) &= 24x^2+18x+12
\end{aligned}
$$

On étudie le signe de P'
Ensuite on étudie le signe de $h'(x)=24x^2+18x+12$.

$$
\begin{aligned}
\Delta &= b^2-4ac\\
\Delta &= 18^2-4\times 24\times 12\\
\Delta &= 324-4\times 288\\
\Delta &= 324-1152\\
\Delta &= -828
\end{aligned}
$$

Alors $\Delta=-828<0$ donc h' n'a pas de racine.
Comme $a=24$, on en déduit le tableau de signe de h'

Exercice 3

Appliquer l'algorithme de tri vu en cours à la suite suivante

6914	6851	6532	6884	6164	6495